

phuong

# Ứng dụng GeoGebra trong giáo dục Toán hiện đại: Minh họa định nghĩa Tích phân lớp 12

## TÓM TẮT

Bài báo đã phân tích vai trò và hiệu quả của việc ứng dụng phần mềm GeoGebra trong giáo dục Toán học hiện đại, với trọng tâm là nội dung tích phân trong chương trình lớp 12. GeoGebra không chỉ đóng vai trò là công cụ trực quan hóa các khái niệm trừu tượng mà còn là phương tiện hỗ trợ học sinh khám phá, kiến tạo kiến thức và phát triển các năng lực toán học. Trên cơ sở lý thuyết tích phân, bài báo đề xuất cách sử dụng GeoGebra để thiết kế các hoạt động khởi động và hình thành định nghĩa tích phân một cách trực quan, sinh động theo hướng kiến tạo. Kết quả cho thấy GeoGebra là công cụ sư phạm hiệu quả, góp phần đổi mới phương pháp dạy học theo hướng hiện đại. Trong tương lai, việc mở rộng nghiên cứu và ứng dụng GeoGebra vào các chủ đề toán học khác sẽ tiếp tục đem lại nhiều cơ hội đổi mới tích cực trong giảng dạy và học tập môn Toán.

**Từ khóa:** Giáo dục Toán hiện đại, GeoGebra, Định nghĩa Tích phân.

# Applying GeoGebra in modern Mathematics education: illustrating the definition of the definite Integral in grade 12

Ho Thi Minh Phuong<sup>1,\*</sup>, Ngo Anh Thu<sup>1</sup>, Huynh Tri Binh<sup>1</sup>

## ABSTRACT

This paper analyzes the role and effectiveness of integrating GeoGebra software into modern mathematics education, with a particular focus on the topic of integrals in the Grade 12 curriculum. GeoGebra serves not only as a tool for visualizing abstract mathematical concepts but also as a means to support students in exploring, constructing knowledge, and developing mathematical competencies. Grounded in the theoretical foundations of integral calculus, the paper proposes an approach to utilizing GeoGebra for designing introductory activities and visually dynamic, constructivist-oriented definitions of integrals. The findings indicate that GeoGebra is an effective pedagogical tool that contributes to the innovation of teaching methods in line with contemporary educational trends. Future research and broader applications of GeoGebra across other mathematical topics are expected to further enhance the teaching and learning of mathematics.

**Keywords:** Modern mathematics education, GeoGebra, Definition of the definite integral.

26

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong bối cảnh giáo dục hiện đại, việc giảng dạy môn Toán không chỉ nhằm truyền đạt kiến thức mà còn chú trọng đến việc phát triển tư duy logic, khả năng giải quyết vấn đề và vận dụng kiến thức vào thực tiễn. Công nghệ ngày nay đóng vai trò là một công cụ hỗ trợ đắc lực, đang góp phần thúc đẩy quá trình đổi mới phương pháp dạy học, giúp người học trở nên năng động, sáng tạo và chủ động hơn trong quá trình tiếp thu kiến thức. Thông qua việc tích hợp các phương tiện kỹ thuật số, giáo viên (GV) có thể tạo được môi trường thực nghiệm để học sinh (HS) tham gia các hoạt động tư duy như tạo động cơ, kiến lập giả thuyết, hình thành, tổng quát hóa, và các em tự kiến tạo kiến thức mới, phát triển năng lực sử dụng phương tiện, công cụ học Toán, hình thành kỹ năng và tăng niềm tin học tập.<sup>1,4</sup> Do đó, việc tích hợp các công nghệ vào quá trình dạy học đã trở thành một yêu cầu thiết yếu để nâng cao chất lượng giáo dục.<sup>3</sup>

31

GeoGebra là một phần mềm mã nguồn mở tích hợp các lĩnh vực như hình học, đại số và giải tích, mang đến một công cụ trực quan, thân thiện với người dùng. Nhờ tính linh hoạt và hiệu quả trong hỗ trợ giảng dạy, GeoGebra ngày càng được ứng dụng rộng rãi trong việc đổi mới phương pháp

dạy học môn Toán. Các nghiên cứu đã cho thấy GeoGebra giúp tăng cường khả năng tư duy trực quan, tạo điều kiện cho học sinh khám phá và tương tác với các đối tượng toán học một cách linh hoạt, thuận tiện thực hiện các tính toán, trực quan hóa các khái niệm toán học, và giải quyết các vấn đề toán học một cách hiệu quả.<sup>2</sup>

Tích phân là một trong những chủ đề quan trọng trong chương trình Toán lớp 12 và khó đối với học sinh. Việc giúp học sinh tiếp cận khái niệm tích phân thông qua mối liên hệ giữa giới hạn và tích hình phẳng thường không dễ dàng, bởi tính trừu tượng cao và khó hình dung trực quan. Điều này khiến quá trình tiếp thu kiến thức trở nên thách thức đối với nhiều học sinh, đặc biệt là khi thiếu sự hỗ trợ từ các công cụ trực quan hóa. Các phương pháp truyền thống trong giảng dạy Toán, vốn tập trung vào việc trình bày định nghĩa và thuật toán một cách khô khan đang dần trở nên không còn phù hợp với nhu cầu học tập đa dạng như ngày nay. Do đó, việc sử dụng các phương tiện hỗ trợ trực quan là cần thiết để giúp học sinh dễ dàng quan sát, khám phá và tiếp cận các khái niệm toán học một cách rõ ràng và sinh động hơn.

Xuất phát từ những cơ sở đã trình bày, bài viết này tập trung vào hai mục tiêu chính:

(1) Làm rõ vai trò của phần mềm GeoGebra trong giáo dục Toán học hiện đại, đặc biệt là trong việc đổi mới phương pháp giảng dạy theo hướng trực quan hóa và thúc đẩy tư duy toán học cho học sinh.

(2) Trình bày ví dụ minh họa về cách ứng dụng GeoGebra trong việc xây dựng và triển khai hoạt động dạy học khái niệm tích phân thuộc chương trình Toán lớp 12, nhằm nâng cao hiểu biết và khuyến khích sự chủ động, tích cực của người học trong quá trình học tập.

## 2. NỘI DUNG

### 2.1. Vai trò của GeoGebra trong giáo dục Toán hiện đại

Tham khảo Nghị quyết số 29-NQ/TW về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo, cùng Quyết định số 1705/QĐ-TTg phê duyệt Chiến lược phát triển giáo dục giai đoạn 2021–2030, tầm nhìn đến năm 2045, cũng như các báo cáo quốc tế của UNESCO<sup>9</sup> và OECD<sup>7</sup> có thể nhận thấy rằng giáo dục hiện đại được hiểu là một quá trình dạy học lấy người học làm trung tâm, hướng đến việc hình thành và phát triển toàn diện năng lực cá nhân, đặc biệt là vai trò của tư duy phản biện, khả năng giải quyết vấn đề, linh hoạt thích ứng với sự thay đổi, ứng dụng công nghệ và tính cá nhân hóa trong học tập. Theo UNESCO (2015)<sup>9</sup>, “giáo dục hiện đại cần chuẩn bị cho người học những năng lực cần thiết để thích ứng và đóng góp tích cực trong thế giới không ngừng thay đổi của thế kỷ 21”. Điều này đồng nghĩa với việc dạy học không còn giới hạn trong việc truyền đạt kiến thức một chiều, mà cần tạo ra môi trường học tập khuyến khích người học chủ động tìm tòi, phát triển tư duy sáng tạo và vận dụng kiến thức vào các tình huống thực tiễn.

Cùng với bối cảnh đó, giáo dục Toán học hiện đại cũng chuyển mình mạnh mẽ theo hướng tiếp cận này. Toán học không còn đơn thuần là môn học tập trung vào kỹ năng tính toán hay chứng minh hình thức, mà còn là phương tiện quan trọng để rèn luyện tư duy logic, phát triển năng lực mô hình hóa, khả năng diễn đạt ý tưởng toán học và đặc biệt là kỹ năng vận dụng kiến thức vào giải quyết các tình huống thực tiễn. Bên cạnh đó, Toán học còn đóng vai trò cốt lõi trong hình ảnh; Sử dụng thêm công cụ xác định và tô màu miền đa giác, công cụ tính diện tích miền đa giác để tính diện tích của các hình phẳng.

**Ví dụ 1.** Cho ba hàm số  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ;  $g(x) = x + 3$ ;  $h(x) = -x - \frac{2}{3}$ .

nhiều lĩnh vực công nghệ tiên tiến như trí tuệ nhân tạo, kỹ thuật và tài chính,...

Một đặc trưng nổi bật của giáo dục Toán học hiện đại là khai thác và tích hợp công nghệ số trong quá trình dạy và học, nhằm tăng cường tính trực quan, tương tác và hiệu quả. Trong số các công cụ hỗ trợ, GeoGebra nổi lên như một phần mềm mã nguồn mở đa chức năng, tích hợp hình học, đại số, bảng tính và đồ thị. Nhờ khả năng mô phỏng động, GeoGebra giúp trực quan hóa các khái niệm toán học – môn học vốn trừu tượng và khó tiếp cận đối với nhiều học sinh, hỗ trợ bài giảng toán học một cách sinh động, dễ hiểu, từ đó tăng cường khả năng quan sát, phân tích và khái quát hóa của người học.

Việc ứng dụng phần mềm GeoGebra trong quá trình tổ chức các hoạt động học tập môn Toán không chỉ hỗ trợ giáo viên làm mới cách tiếp cận nội dung bài học, mà còn khơi gợi sự hứng thú, sáng tạo, chủ động tìm hiểu, góp phần hiện thực hóa định hướng đổi mới giáo dục hiện nay. HS có thể tương tác trực tiếp với các yếu tố hình học và đại số, kiểm nghiệm giả thuyết, theo dõi sự biến đổi tức thời của đối tượng, từ đó phát triển khả năng suy luận quy nạp, diễn giải và tư duy có hệ thống. Đồng thời, GeoGebra còn tạo điều kiện để xây dựng các tình huống học tập phong phú, phù hợp với nhiều trình độ và phong cách học tập khác nhau của người học.

Tóm lại, GeoGebra không đơn thuần là một phần mềm hỗ trợ kỹ thuật số, mà còn là một phương tiện tư duy và phương pháp sư phạm hiện đại, đóng vai trò thiết yếu trong việc cải tiến cách thức tổ chức hoạt động học tập môn Toán, hướng đến việc phát triển phẩm chất và năng lực người học, tăng cường khả năng trực quan hóa kiến thức và góp phần nâng cao hiệu quả giảng dạy trong bối cảnh chuyển đổi số.

### 2.2. Cách sử dụng GeoGebra trong dạy học tích phân

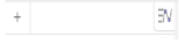
Trong dạy học nội dung về tích phân, GeoGebra có thể được sử dụng theo nhiều cách như:

+ **Vẽ đồ thị hàm số và tô màu diện tích giới hạn bởi các đường cong:** Học sinh có thể dễ dàng nhập hàm số và quan sát đồ thị xuất hiện trên màn

a) <sup>22</sup> đồ thị ba hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  và <sup>4</sup> xác định tọa độ các giao điểm của đồ thị các hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  <sup>58</sup>  $(x)$  và  $h(x)$ .

b) Tính diện tích của đa giác được tạo thành bởi các giao điểm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

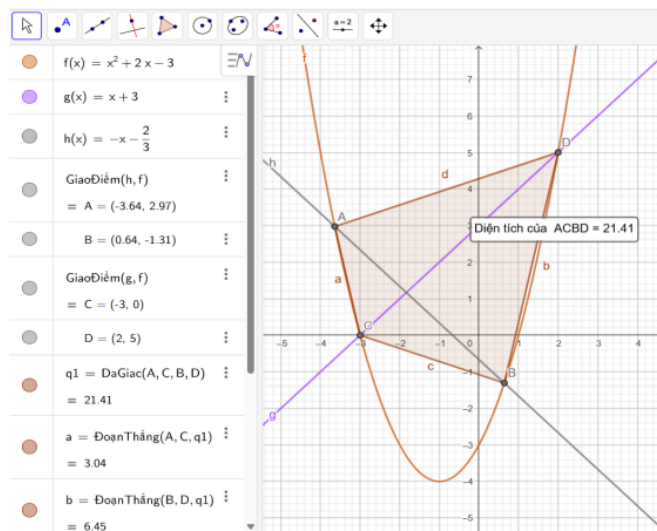
Các bước vẽ đồ thị và kiểm tra kết quả bằng GeoGebra như sau:

Bước <sup>60</sup> 1. Nhập lần lượt các hàm  $x^2 + 2x - 3$ ,  $x + 3$  và  $-x - \frac{2}{3}$  vào thanh nhập lệnh , ta được đồ thị các hàm số  $f$ ,  $g$  và  $h$  xuất hiện trên màn hình.

Bước 2. Chọn   $\Rightarrow$  Chọn  Giao điểm của 2 đối tượng  $\Rightarrow$  Nháy chuột vào các cặp đồ thị mà <sup>4</sup> tìm giao điểm, ta được giao điểm của đồ thị hàm số  $f$  và  $h$  là  $A = (-3.64, 2.97)$  và  $B = (0.64, -1.31)$ ; giao điểm của đồ thị hàm số  $g$  và  $f$  là  $C = (-3, 0)$  và  $D = (2, 5)$ .

Bước 3. Chọn   $\Rightarrow$  Chọn  Đa giác  $\Rightarrow$  Nháy chuột lần lượt vào các giao điểm để tạo đa giác  $ACBD$ .

Bước 4. Chọn   $\Rightarrow$  Chọn  Diện tích  $\Rightarrow$  Nháy chuột vào đa giác vừa tạo ta được diện tích đa giác  $ACBD$  xấp xỉ khoảng 21.41.



Hình 1. Minh họa Ví dụ 1 trên GeoGebra ở chế độ Graphing

+ **Sử dụng thanh trượt (Slider)**: Tạo các biến động giới hạn tích phân để HS theo dõi sự thay đổi của diện tích theo từng đoạn. Hoặc:

+ **Tính giá trị tích phân**: Phần mềm hỗ trợ tính tự động và so sánh với kết quả học sinh tính tay.

<sup>1</sup> **Ví dụ 2.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - \frac{1}{8}x + 2$  là một hàm liên tục, không âm trên  $[1; 4]$ . Tính diện tích của hình thang cong được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  trong các trường hợp sau:

<sup>6</sup> a)  $a = -1$ ,  $b = 1$ ; b)  $a = -0,4$ ,  $b = 2,2$ .

Các bước vẽ hình thang cong và kiểm tra kết quả bằng GeoGebra như sau:

Bước 1. Nhập lệnh:  $x^3 - 2x + 2$ , ta được hàm  $f$ .

Bước 2. Tạo thanh trượt cho hai biến số  $a$ ,  $b$ :

Chọn   $\Rightarrow$  Chọn  Thanh trượt  $\Rightarrow$  Nhấp vào vị trí bất kì trên giao diện làm việc, điền các thông số của các biến  $a$ ,  $b$  như sau.

Tên

a = 1

☒ Số ☐ Góc ☐ Số nguyên

| Khoảng   | Thanh trượt | Hiệu ứng |
|----------|-------------|----------|
| Cực tiểu | Cực đại     | Số gia   |
| -5       | 5           | 0.1      |

Tên

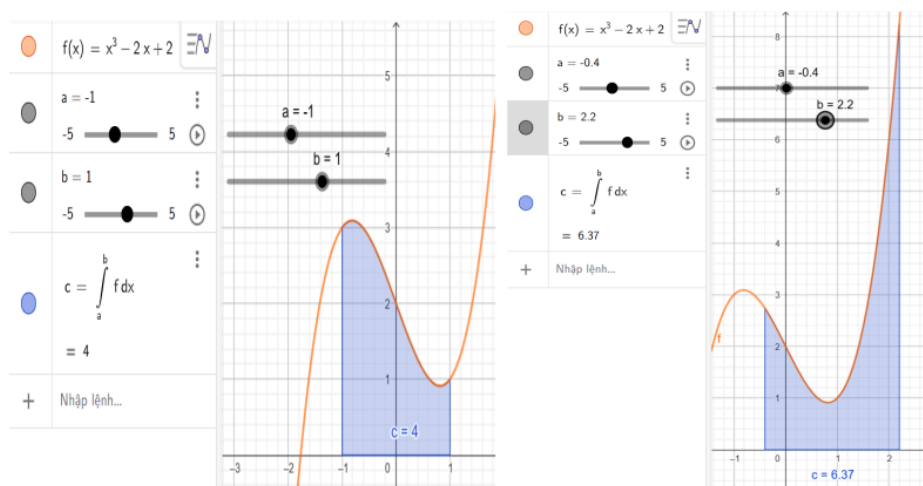
b = 1

☒ Số ☐ Góc ☐ Số nguyên

| Khoảng   | Thanh trượt | Hiệu ứng |
|----------|-------------|----------|
| Cực tiểu | Cực đại     | Số gia   |
| -5       | 5           | 0.1      |

Bước 3. Nhập lệnh: **TíchPhân(f,a,b)** hoặc **TíchPhânXácĐịnh(f,a,b)**

Bước 4. Kéo thanh trượt a,b ứng với giá trị mà đề bài yêu cầu ta được sự thay đổi như sau



Hình 2. Minh họa Ví dụ 2 trên GeoGebra ở chế độ Graphing

Bước 5. So sánh kết quả tính bằng máy tính Casio của học sinh với kết quả tính bằng GeoGebra, kết luận:

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = 4; \int_{-0.4}^{2.2} f(x)dx = 6,37.$$

**2.3. Minh họa sử dụng GeoGebra hỗ trợ xây dựng các hoạt động khởi động và hoạt động hình thành định nghĩa tích phân**

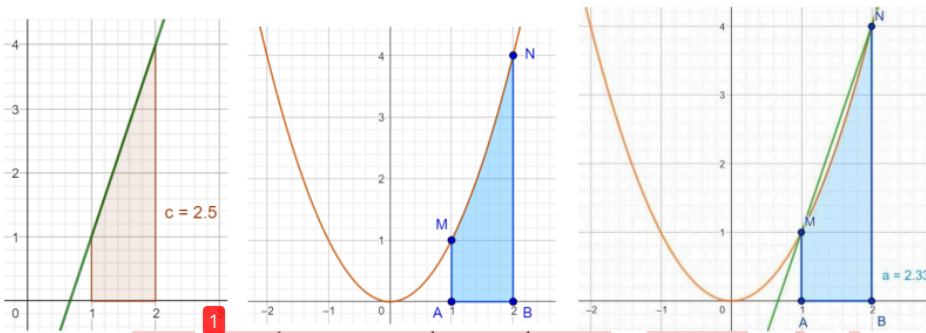
### 2.3.1. Hoạt động khởi động

#### Bài toán 1.

a) Cho hàm số  $y = 3x - 2$  đồ thị là đường thẳng (d). Hãy xác định và tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đường thẳng (d), trục Ox và các đường thẳng  $x = 1, x = 2$ .

b) Cho hàm số  $y = f(x) = x^2$  có đồ thị là (P). Hãy xác định hình phẳng giới hạn bởi (P), trục Ox và các đường thẳng  $x = 1, x = 2$ . Giả sử tên hình phẳng này là AMNB. Hình phẳng này được gọi là hình thang cong AMNB. Có thể so sánh diện tích hình thang cong AMNB với diện tích hình phẳng (H) ở câu a) không? Nếu không dùng GeoGebra để dự đoán diện tích hình thang cong AMNB thì làm thế nào tính diện tích hình thang cong AMNB?





Hình 3. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$ , trục Ox và  $x=a$ ,  $x=b$  (câu a, câu b)

GV tổ chức cho HS giải quyết Bài toán 1 trên: Trước tiên, GV yêu cầu HS nhắc lại các bước để đồ thị hàm số bậc nhất và bậc hai, sau đó GV hướng dẫn HS cách xác định hình phẳng (H) và hình phẳng AMNB bằng công cụ GeoGebra. Dựa vào tính trực quan của hình phẳng được biểu diễn trên màn hình, HS sử dụng thêm công thức diện tích hình thang sẽ tính được diện tích hình phẳng ở câu a). Tuy nhiên, đối với câu b), dựa vào tính trực quan HS cũng sẽ so sánh được diện tích hình phẳng ở câu a) sẽ lớn hơn diện tích hình phẳng ở câu b), nhưng các em sẽ không tính được bằng công thức diện tích hình thang cong này. Trên cơ sở đó, GV đặt vấn đề để tính được diện tích hình thang cong AMNB, các em sẽ sử dụng kiến thức về tích phân. Bài học hôm nay chúng ta sẽ cùng nhau tìm hiểu về định nghĩa “Tích phân”.

### 2.3.2. Thiết kế hoạt động hình thành kiến thức

Dựa vào kết quả của hoạt động khởi động, HS đã dự đoán được diện tích hình thang cong AMNB nhỏ hơn và gần bằng diện tích phẳng (H). Tuy nhiên để tính chính xác diện tích hình thang cong này là điều chưa thể với các công thức tính diện tích mà HS đã được học. Do đó, GV tiếp tục gợi ý và hướng dẫn HS giải quyết câu b) trong bài toán nêu trên với ý tưởng thực hiện là chia nhỏ hình thang cong AMNB thành các hình chữ nhật và tính tổng các hình chữ nhật đó. Cụ thể, GV tổ chức thực hiện như sau:

+ Chia lớp thành 2 nhóm, HS làm việc nhóm và trả lời các câu hỏi sau (HS được phép sử dụng GeoGebra để hỗ trợ tìm kết quả).

Chia đoạn  $[1; 2]$  thành  $n$  phần bằng nhau bởi các điểm chia:

$$x_0 = 1, x_1 = 1 + \frac{1}{n}, x_2 = 1 + \frac{2}{n}, \dots, x_{n-1} = 1 + \frac{n-1}{n}, x_n = 1 + \frac{n}{n} = 2.$$

#### Câu hỏi 1 (Nhóm 1)

Gọi  $T_{n-1}$  là diện tích hình chữ nhật dựng trên đoạn  $[x_{n-1}; x_n]$  với chiều cao là  $f(x_{n-1})$ . Tức là:

+  $T_0$  là diện tích hình chữ nhật dựng trên đoạn  $[x_0; x_1]$  với chiều cao là  $f(x_0)$ .

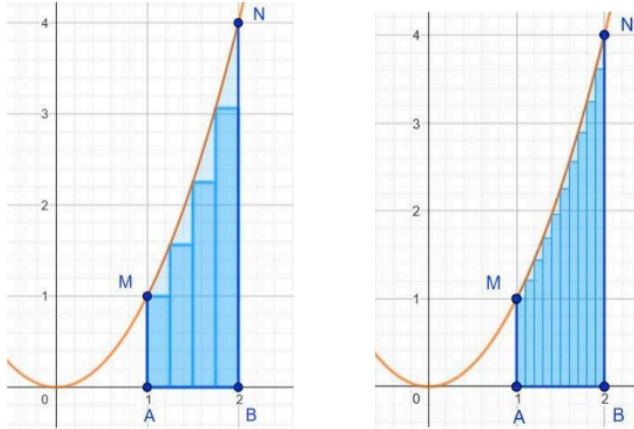
+  $T_1$  là diện tích hình chữ nhật dựng trên đoạn  $[x_1; x_2]$  với chiều cao là  $f(x_1)$ .

+ ...

a) Tính tổng diện tích của  $n$  hình chữ nhật trong các trường hợp  $n=4$  và  $n=10$ . Em có nhận xét gì về tổng diện tích của  $n$  hình chữ nhật với diện tích của hình thang cong AMNB?

b)  $S_n = T_0 + T_1 + T_2 + \dots + T_{n-1}$ . Tổng  $S_n$  này gọi là tổng tích phân dưới cấp  $n$  của hàm số  $f(x) = x^2$  trên đoạn  $[1; 2]$ . Chứng minh rằng:  $S_n = \frac{1}{n} [f(x_0) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})]$ .

c) Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ . Nhận xét về mối liên hệ giữa diện tích hình thang cong AMNB với giá trị của  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .



Hình 4. Hình thang cong được chia thành các hình chữ nhật (trường hợp  $n=4$  và  $n=10$ )

### Câu hỏi 2. (Nhóm 2)

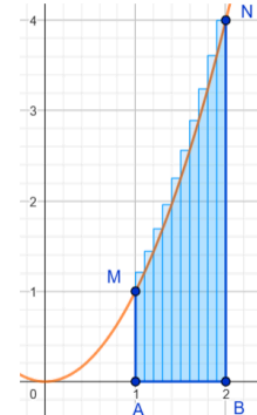
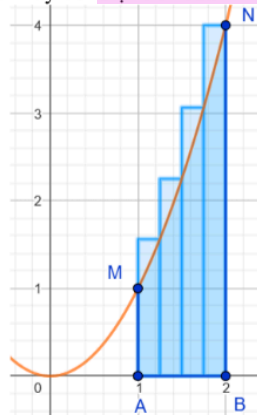
Gọi  $T_n$  là diện tích hình chữ nhật dựng trên đoạn  $[x_{n-1}; x_n]$  với chiều cao là  $f(x_n)$ . Tức là:

+  $T_1$  là diện tích hình chữ nhật dựng trên đoạn  $[x_0; x_1]$  với chiều cao là  $f(x_1)$ .

+  $T_2$  là diện tích hình chữ nhật dựng trên đoạn  $[x_1; x_2]$  với chiều cao là  $f(x_2)$ .

+ ...

a) Tính tổng diện tích của  $n$  hình chữ nhật trong các trường hợp sau:  $n = 4$ ,  $n = 10$ . Em có nhận xét gì về tổng diện tích này với diện tích của hình



Hình 5. Hình thang cong được chia thành các hình chữ nhật (trường hợp  $n=4$  và  $n=10$ )

+ Hết thời gian làm việc nhóm, đại diện nhóm báo cáo sản phẩm. Sau đó, GV hướng dẫn cả lớp sử dụng các lệnh trong công cụ GeoGebra để tính tổng của  $n$  hình chữ nhật cho Câu hỏi 1 và Câu hỏi 2.

thang cong  $AMNB$ .

b) Tổng quát, với  $n$  tùy ý, đặt  $S'_n = T_1 + T_2 + \dots + T_n$ . Tổng  $S'_n$  gọi là **tổng tích phân trên cấp  $n$**  của hàm số  $f(x) = x^2$  trên đoạn  $[1; 2]$ . Chứng minh rằng:

$$S'_n = \frac{1}{n} [f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)].$$

c) Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n$ . Nhận xét về mối liên hệ giữa

diện tích hình thang cong  $AMNB$  với giá trị của  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n$ .

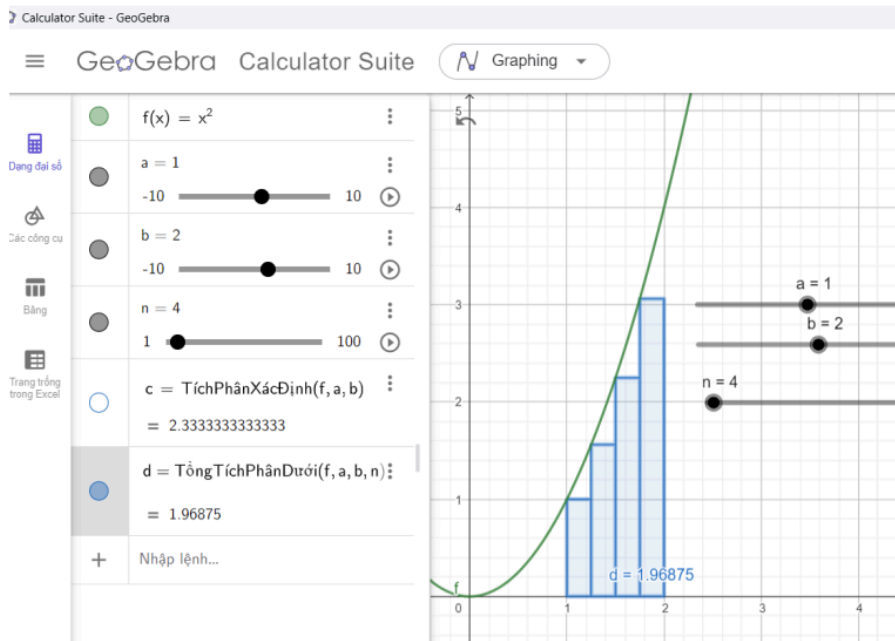
Nhập lệnh: **TổngTíchPhânDưới** (Hàm số, Giá trị đầu-x, Giá trị cuối-x, Số hình chữ nhật)

**TổngTíchPhânTrên** (Hàm số, Giá trị đầu-x, Giá trị cuối-x, Số hình chữ nhật)

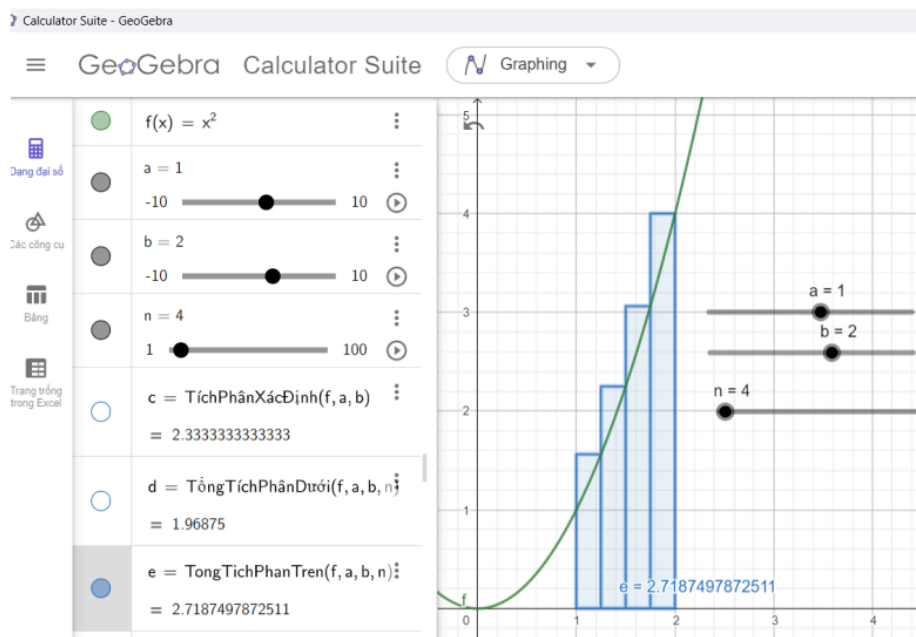


Cụ thể nhập lệnh: TổngTíchPhânDưới (f,a,b,n);  
 TổngTíchPhânTrên (f,a,b,n), thu được kết quả  
 tổng diện tích các hình chữ nhật (xem Hình 6)

trong trường hợp  $n=4$  xấp xỉ là 1,97, và tổng diện  
 tích các hình chữ nhật (xem Hình 7) trong trường  
 hợp  $n=4$  là 2,72.



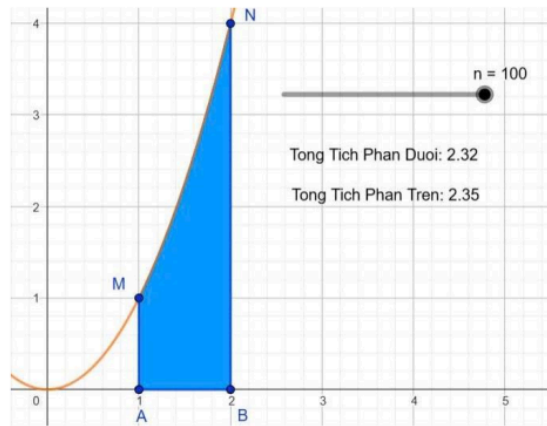
Hình 6. Tổng diện tích các hình chữ nhật (tổng tích phân dưới) trong trường hợp  $n=4$



Hình 7. Tổng diện tích các hình chữ nhật (tổng tích phân trên) trong trường hợp  $n=4$

Tương tự, xét trường hợp  $n=10$ , bằng trực quan theo dõi trên màn hình ti vi), HS cũng đọc được tổng diện tích các hình chữ nhật (tổng tích phân dưới) xấp xỉ bằng 2,2; tổng diện tích các hình chữ

nhật (tổng tích phân trên) xấp xỉ bằng 2,5. Tiếp tục GV cho HS đọc kết quả cho trường hợp  $n=100$ , tổng tích phân dưới là 2,32, tổng tích phân trên là 2,35 (Xem Hình 8).



Hình 8. Kết quả tính tổng diện tích các hình chữ nhật trong trường hợp  $n = 100$

Từ hình ảnh trực quan thông qua dùng phần mềm GeoGebra, học sinh dễ dàng nhận thấy rằng nếu chia và xây dựng các hình chữ nhật theo hình thức nào (tính theo tổng tích phân trên hay dưới) thì khi  $n$  ngày càng tăng, số lượng hình chữ nhật sẽ tăng lên và kết quả thu được là tổng tích phân trên sẽ xấp xỉ bằng tổng tích phân dưới, xấp xỉ bằng 2,3 đvdt (tính bằng công cụ GeoGebra).

HS được dẫn dắt giải quyết bài toán 1 thông qua chuỗi hoạt động mang tính khám phá và định hướng, bước đầu các em đã tiếp cận được định nghĩa tích phân (liên quan đến tổng tích phân trên và tổng tích phân dưới). Để giúp HS tiếp tục hình thành định tích phân, HS được yêu cầu giải bài toán 2 theo hướng dẫn của GV.

**Bài toán 2.** Xét hàm số  $y = f(x) = x^2$  liên tục, không âm trên  $[1; 2]$ .

- Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số trên.
- Tính  $F(2) - F(1)$ ? So sánh giá trị này với  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ ? Từ đó, có kết luận gì về diện tích của hình thang cong AMNB?

Dưới hình thức học tập hợp tác, HS phối hợp theo cặp dưới sự giám sát và hỗ trợ từ GV, kết quả mong đợi nhận được là:

a)  $F(x) = \frac{x^3}{3}$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ ;

b)  $F(2) - F(1) = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{7}{3} \approx 2,3$ .

Hơn nữa,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{14n^2 + 1}{6n^2} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$ .

Do đó,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = F(2) - F(1) = \frac{7}{3}$ . Vậy diện tích

hình thang cong AMNB bằng  $F(2) - F(1)$ , với  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2$  trên  $[1; 2]$ .

GV: Trong toán học, hiệu  $F(2) - F(1)$  được gọi là tích phân từ 1 đến 2 của hàm số  $f(x) = x^2$ , và từ các hoạt động trên, các em đã khám phá ra rằng tích phân không chỉ là một phép tính mà còn có ứng dụng để tính tích của các hình phẳng có đường biên cong, đây là một ứng dụng quan trọng của tích phân trong toán học.

GV: Một cách tổng quát, cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục đoạn  $[a; b]$ , Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$  thì tích phân từ  $a$  đến  $b$  của hàm số  $f(x)$  được định nghĩa như thế nào?

Câu trả lời mong đợi của HS: Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Giả sử  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Hiệu số  $F(b) - F(a)$  được gọi là tích phân từ  $a$  đến  $b$  của hàm số  $f(x)$ . Kí hiệu  $\int_a^b f(x)dx$ .

### 3. KẾT LUẬN

Trước yêu cầu đổi mới giáo dục theo hướng phát huy năng lực người học, việc ứng dụng công nghệ

trong giảng dạy môn Toán ngày càng trở nên cần thiết, không chỉ phản ánh xu thế hiện đại mà còn góp phần nâng cao hiệu quả dạy và học một cách rõ rệt. Bài báo đã làm rõ vai trò nổi bật của phần mềm GeoGebra trong giáo dục Toán hiện đại, đặc biệt trong trực quan hóa khái niệm trừu tượng như phân. Công cụ này còn hỗ trợ GV xây dựng các hoạt động dạy học trực quan, sinh động và thúc đẩy sự tương tác tích cực giữa người học với nhau.

Bằng cách khai thác các tính năng của phần mềm GeoGebra, bài báo đã đưa ra một hướng tiếp cận cụ thể trong việc tổ chức dạy học định nghĩa phân ở lớp 12. Trọng tâm là xây dựng các hoạt động khởi động và hình thành định nghĩa tích phân theo hướng trực quan, lô gic và gần gũi với thực tiễn.

Các minh họa được trình bày cho thấy tiềm năng của GeoGebra trong việc tạo lập môi trường lớp học thực tiễn, hỗ trợ học sinh phát huy các thành tố của năng lực toán học, trong đó có năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán.

Từ những phân tích và minh chứng đã nêu, có thể khẳng định rằng việc ứng dụng GeoGebra trong dạy học tích phân không chỉ giúp HS dễ dàng nắm bắt, hiểu rõ và hình thành được những định nghĩa phức tạp mà còn mở rộng cơ hội đổi mới cách thức tổ chức hoạt động học tập theo hướng tăng cường tính chủ động và tạo ra người học. Trong tương lai, việc tiếp tục nghiên cứu và mở rộng ứng dụng GeoGebra vào các chủ đề toán học khác sẽ là hướng đi tiềm năng, góp phần thúc đẩy việc ứng dụng công nghệ số vào giáo dục và nâng cao chất lượng giảng dạy toán học ở trường phổ thông.

# 40%

SIMILARITY INDEX

### PRIMARY SOURCES

|    |                                                                            |                |
|----|----------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 1  | <a href="http://hoctoanonline.vn">hoctoanonline.vn</a><br>Internet         | 141 words — 3% |
| 2  | <a href="http://tailieu.vn">tailieu.vn</a><br>Internet                     | 131 words — 3% |
| 3  | <a href="http://text.123docz.net">text.123docz.net</a><br>Internet         | 70 words — 2%  |
| 4  | <a href="http://www.scribd.com">www.scribd.com</a><br>Internet             | 70 words — 2%  |
| 5  | <a href="#">Hanoi National University of Education</a><br>Publications     | 61 words — 1%  |
| 6  | <a href="http://issuu.com">issuu.com</a><br>Internet                       | 51 words — 1%  |
| 7  | <a href="http://files.qnamuni.edu.vn">files.qnamuni.edu.vn</a><br>Internet | 50 words — 1%  |
| 8  | <a href="http://giaoanmau.com">giaoanmau.com</a><br>Internet               | 48 words — 1%  |
| 9  | <a href="http://doc.edu.vn">doc.edu.vn</a><br>Internet                     | 46 words — 1%  |
| 10 | <a href="http://www.slideshare.net">www.slideshare.net</a><br>Internet     | 45 words — 1%  |

|    |                                                                                |               |
|----|--------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| 11 | Internet                                                                       | 43 words — 1% |
| 12 | <a href="http://rdsic.edu.vn">rdsic.edu.vn</a><br>Internet                     | 39 words — 1% |
| 13 | <a href="http://thuthuat.taimienphi.vn">thuthuat.taimienphi.vn</a><br>Internet | 39 words — 1% |
| 14 | Hanoi Pedagogical University 2<br>Publications                                 | 34 words — 1% |
| 15 | <a href="http://www.tailieudaihoc.com">www.tailieudaihoc.com</a><br>Internet   | 34 words — 1% |
| 16 | <a href="http://luatvietnam.vn">luatvietnam.vn</a><br>Internet                 | 31 words — 1% |
| 17 | <a href="http://thuvienphapluat.vn">thuvienphapluat.vn</a><br>Internet         | 26 words — 1% |
| 18 | <a href="http://totbung.com">totbung.com</a><br>Internet                       | 26 words — 1% |
| 19 | <a href="http://www.yumpu.com">www.yumpu.com</a><br>Internet                   | 25 words — 1% |
| 20 | Ton Duc Thang University<br>Publications                                       | 24 words — 1% |
| 21 | <a href="http://123docz.net">123docz.net</a><br>Internet                       | 23 words — 1% |
| 22 | <a href="http://fit.mta.edu.vn">fit.mta.edu.vn</a><br>Internet                 | 23 words — 1% |
| 23 | <a href="http://tailieu.tv">tailieu.tv</a><br>Internet                         | 23 words — 1% |

|    |                                                                                  |                 |
|----|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 24 | <a href="http://cuuduongthancong.com">cuuduongthancong.com</a><br>Internet       | 22 words — 1%   |
| 25 | <a href="http://thuviengiaoan.vn">thuviengiaoan.vn</a><br>Internet               | 21 words — < 1% |
| 26 | <a href="http://www.coursehero.com">www.coursehero.com</a><br>Internet           | 21 words — < 1% |
| 27 | Hanoi Pedagogical University 2<br>Publications                                   | 20 words — < 1% |
| 28 | <a href="http://text.123doc.org">text.123doc.org</a><br>Internet                 | 20 words — < 1% |
| 29 | <a href="http://evan.com.vn">evan.com.vn</a><br>Internet                         | 18 words — < 1% |
| 30 | <a href="http://stdb.hnue.edu.vn">stdb.hnue.edu.vn</a><br>Internet               | 18 words — < 1% |
| 31 | <a href="http://erpviet.vn">erpviet.vn</a><br>Internet                           | 17 words — < 1% |
| 32 | <a href="http://gspvn.org">gspvn.org</a><br>Internet                             | 17 words — < 1% |
| 33 | <a href="http://www.timtailieu.vn">www.timtailieu.vn</a><br>Internet             | 16 words — < 1% |
| 34 | <a href="http://thuvien.ued.udn.vn:8080">thuvien.ued.udn.vn:8080</a><br>Internet | 15 words — < 1% |
| 35 | <a href="http://thuviendethi.com">thuviendethi.com</a><br>Internet               | 15 words — < 1% |
| 36 | <a href="http://doan.edu.vn">doan.edu.vn</a><br>Internet                         | 14 words — < 1% |



|    |                                                                                  |                 |
|----|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 37 | <a href="http://dl.icdst.org">dl.icdst.org</a><br>Internet                       | 13 words — < 1% |
| 38 | <a href="http://tailieuthamkhao.org">tailieuthamkhao.org</a><br>Internet         | 13 words — < 1% |
| 39 | <a href="http://www.vms.org.vn">www.vms.org.vn</a><br>Internet                   | 12 words — < 1% |
| 40 | <a href="http://www.zbook.vn">www.zbook.vn</a><br>Internet                       | 12 words — < 1% |
| 41 | <a href="http://caphesach.wordpress.com">caphesach.wordpress.com</a><br>Internet | 11 words — < 1% |
| 42 | <a href="http://hpu2.edu.vn">hpu2.edu.vn</a><br>Internet                         | 11 words — < 1% |
| 43 | <a href="http://thanhhoaedu.vn">thanhhoaedu.vn</a><br>Internet                   | 11 words — < 1% |
| 44 | <a href="http://dspace.unach.edu.ec">dspace.unach.edu.ec</a><br>Internet         | 10 words — < 1% |
| 45 | <a href="http://ictnews.vietnamnet.vn">ictnews.vietnamnet.vn</a><br>Internet     | 10 words — < 1% |
| 46 | <a href="http://sunmoon.edu.vn">sunmoon.edu.vn</a><br>Internet                   | 10 words — < 1% |
| 47 | <a href="http://vietnamnet.vn">vietnamnet.vn</a><br>Internet                     | 10 words — < 1% |
| 48 | <a href="http://www.chuongmy.gov.vn">www.chuongmy.gov.vn</a><br>Internet         | 10 words — < 1% |
| 49 | <a href="http://www.tgu.edu.vn">www.tgu.edu.vn</a><br>Internet                   | 10 words — < 1% |

|    |                                                     |                |
|----|-----------------------------------------------------|----------------|
| 50 | <a href="#">carot.vn</a><br>Internet                | 9 words — < 1% |
| 51 | <a href="#">danhsachvang.net</a><br>Internet        | 9 words — < 1% |
| 52 | <a href="#">giamcannhanh.vn</a><br>Internet         | 9 words — < 1% |
| 53 | <a href="#">kinhtevadubao.vn</a><br>Internet        | 9 words — < 1% |
| 54 | <a href="#">lambdageeks.com</a><br>Internet         | 9 words — < 1% |
| 55 | <a href="#">luanvan.net.vn</a><br>Internet          | 9 words — < 1% |
| 56 | <a href="#">s2.cuuduongthancong.com</a><br>Internet | 9 words — < 1% |
| 57 | <a href="#">tamlinhhuyenbi.net</a><br>Internet      | 9 words — < 1% |
| 58 | <a href="#">text.loga.vn</a><br>Internet            | 9 words — < 1% |
| 59 | <a href="#">text.xemtailieu.net</a><br>Internet     | 9 words — < 1% |
| 60 | <a href="#">verbalearn.com</a><br>Internet          | 9 words — < 1% |
| 61 | <a href="#">vndoc.com</a><br>Internet               | 9 words — < 1% |
| 62 | <a href="#">www.gwsps.vic.edu.au</a><br>Internet    | 9 words — < 1% |

|    |                                                                                    |                |
|----|------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| 63 | <a href="http://www.keybot.com">www.keybot.com</a><br>Internet                     | 9 words — < 1% |
| 64 | <a href="http://besco.vn">besco.vn</a><br>Internet                                 | 8 words — < 1% |
| 65 | <a href="http://bvishanoi.com">bvishanoi.com</a><br>Internet                       | 8 words — < 1% |
| 66 | <a href="http://casiovietnam.com">casiovietnam.com</a><br>Internet                 | 8 words — < 1% |
| 67 | <a href="http://f2.hcm.edu.vn">f2.hcm.edu.vn</a><br>Internet                       | 8 words — < 1% |
| 68 | <a href="http://giaoductieuhoc.com">giaoductieuhoc.com</a><br>Internet             | 8 words — < 1% |
| 69 | <a href="http://giothangmuoi.info">giothangmuoi.info</a><br>Internet               | 8 words — < 1% |
| 70 | <a href="http://hal.archives-ouvertes.fr">hal.archives-ouvertes.fr</a><br>Internet | 8 words — < 1% |
| 71 | <a href="http://hueuni.edu.vn">hueuni.edu.vn</a><br>Internet                       | 8 words — < 1% |
| 72 | <a href="http://portal.ptit.edu.vn">portal.ptit.edu.vn</a><br>Internet             | 8 words — < 1% |
| 73 | <a href="http://sangkienkinhnghiem.net">sangkienkinhnghiem.net</a><br>Internet     | 8 words — < 1% |
| 74 | <a href="http://sites.google.com">sites.google.com</a><br>Internet                 | 8 words — < 1% |
| 75 | <a href="http://space-expert.org">space-expert.org</a><br>Internet                 | 8 words — < 1% |

---

76

[tanphudong.sadec.dongthap.gov.vn](http://tanphudong.sadec.dongthap.gov.vn)  
Internet

8 words — < 1%

---

77

[updatebook.vn](http://updatebook.vn)  
Internet

8 words — < 1%

---

78

[www.tnu.edu.vn](http://www.tnu.edu.vn)  
Internet

8 words — < 1%

---

79

[www.vinawealth.vn](http://www.vinawealth.vn)  
Internet

8 words — < 1%

---

80

[vi.fpcmw.org](http://vi.fpcmw.org)  
Internet

6 words — < 1%

---

---

EXCLUDE QUOTES

OFF

EXCLUDE SOURCES

OFF

EXCLUDE BIBLIOGRAPHY

OFF

EXCLUDE MATCHES

OFF

---