

Applying GeoGebra in modern Mathematics education: illustrating the definition of the definite Integral in grade 12

Hồ Thị Minh Phương*, Ngô Anh Thư, Huỳnh Trí Bình

Faculty of Education, Quy Nhon University, Vietnam

Received: ; *Revised:* ;

Accepted: ; *Published:*

Abstract:

This paper focuses on analyzing the role and effectiveness of applying GeoGebra software in modern mathematics education, with a particular emphasis on the topic of definite integrals in the Grade 12 curriculum. GeoGebra serves not only as a tool for visualizing abstract mathematical concepts but also as a means to support students in actively exploring, constructing knowledge, and developing mathematical thinking. Based on the theoretical foundation of integrals, the paper proposes an approach to using GeoGebra for designing introductory activities and constructing the definition of the definite integral in a dynamic and visual manner aligned with constructivist principles. The findings indicate that GeoGebra is an effective pedagogical tool that contributes to the innovation of teaching methods in modern mathematics education. In the future, expanding the research and application of GeoGebra to other mathematical topics promises to bring further opportunities for creative innovation in teaching and learning mathematics.

Keywords: Modern mathematics education, GeoGebra, Definition of the definite integral.

Ứng dụng GeoGebra trong giáo dục Toán hiện đại: Minh họa định nghĩa Tích phân lớp 12

Hồ Thị Minh Phương*, Ngô Anh Thư, Huỳnh Trí Bình

Khoa Sư phạm, Trường Đại học Quy Nhơn, Việt Nam

Ngày nhận bài:

; Ngày sửa bài.;

Ngày nhận đăng:

; Ngày xuất bản:

Tóm tắt:

Bài báo tập trung phân tích vai trò và hiệu quả của việc ứng dụng phần mềm GeoGebra trong giáo dục Toán học hiện đại, với trọng tâm là nội dung tích phân trong chương trình lớp 12. GeoGebra không chỉ đóng vai trò là công cụ trực quan hóa các khái niệm trừu tượng mà còn là phương tiện hỗ trợ học sinh chủ động khám phá, kiến tạo tri thức và phát triển tư duy toán học. Trên cơ sở lý thuyết tích phân, bài báo đề xuất cách sử dụng GeoGebra để thiết kế các hoạt động khởi động và hình thành định nghĩa tích phân một cách trực quan, sinh động theo hướng kiến tạo. Kết quả cho thấy GeoGebra là công cụ sư phạm hiệu quả, góp phần đổi mới phương pháp dạy học Toán học hiện đại. Trong tương lai, việc mở rộng nghiên cứu và ứng dụng GeoGebra vào các chủ đề Toán học khác sẽ tiếp tục mang lại nhiều cơ hội đổi mới sáng tạo trong giảng dạy và học tập môn Toán.

Từ khóa: Giáo dục Toán hiện đại, GeoGebra, Định nghĩa Tích phân.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Giáo dục Toán hiện đại ngày nay hướng đến việc phát triển tư duy logic, năng lực giải quyết vấn đề, và khả năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn. Trong bối cảnh đó, công nghệ đóng vai trò quan trọng trong đổi mới phương pháp giảng dạy, hướng người học luôn tích cực, chủ động và sáng tạo. Với sự hỗ trợ của công nghệ, giáo viên (GV) có thể tạo được môi trường thực nghiệm để học sinh (HS) tham gia các hoạt động tư duy như tạo động cơ, kiểm tra giả thuyết, hình thành, tổng quát hóa, từ đó các em tự kiến tạo kiến thức mới, phát triển năng lực sử dụng phương tiện, công cụ học Toán, hình thành kỹ năng và tăng niềm tin trong học tập.^{1,4} Do đó, việc tích hợp các công cụ công nghệ vào quá trình dạy học đã trở thành một yêu cầu thiết yếu để nâng cao chất lượng giáo dục.³

GeoGebra là một phần mềm miễn phí kết hợp giữa hình học, đại số và giải tích, là một công cụ mạnh mẽ, dễ sử dụng và ngày càng được sử dụng phổ biến trong dạy học Toán. Các nghiên cứu đã cho thấy GeoGebra giúp tăng cường khả năng tư duy trực quan, tạo điều kiện cho học sinh khám phá và tương tác với các đối tượng toán học một cách linh hoạt,⁵ thuận tiện thực hiện các phép tính, trực quan hóa các khái niệm toán học, và giải quyết các vấn đề toán học một cách hiệu quả.²

Tích phân là một trong những chủ đề quan trọng trong chương trình Toán lớp 12 và khó đối

với học sinh. Việc tiếp cận khái niệm tích phân thông qua định nghĩa liên quan đến giới hạn và diện tích dưới đường cong thường gây ra nhiều khó khăn trong việc hình dung và lĩnh hội kiến thức. Truyền thống dạy học chủ yếu theo lối diễn giải thuật toán và định nghĩa khô khan không còn đáp ứng được nhu cầu tiếp cận đa chiều và trực quan của học sinh hiện nay. Do đó, cần có những công cụ hỗ trợ giúp học sinh hình dung, khám phá và hiểu bản chất toán học một cách sinh động, trực tiếp hơn.

Xuất phát từ những lý do nêu trên, bài viết này hướng tới hai mục tiêu chính:

- (1) Phân tích vai trò của GeoGebra trong giáo dục Toán hiện đại, đặc biệt trong việc hỗ trợ đổi mới phương pháp dạy học Toán theo hướng trực quan hóa và phát triển tư duy Toán học của học sinh;
- (2) Minh họa cách sử dụng phần mềm GeoGebra trong thiết kế và tổ chức hoạt động dạy học *định nghĩa tích phân* trong chương trình Toán lớp 12, nhằm góp phần nâng cao hiệu quả tiếp cận kiến thức và tăng cường tính tích cực, chủ động của người học.

2. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1. Vai trò của GeoGebra trong giáo dục Toán hiện đại

Tham khảo Nghị quyết số 29-NQ/TW⁶ về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo,

cùng Quyết định số 1705/QĐ-TTg⁸ phê duyệt Chiến lược phát triển giáo dục giai đoạn 2021–2030, tầm nhìn đến năm 2045, cũng như các báo cáo quốc tế của UNESCO⁹ và OECD⁷ có thể nhận thấy rằng giáo dục hiện đại được hiểu là một quá trình dạy học lấy người học làm trung tâm, hướng đến việc hình thành và phát triển toàn diện năng lực cá nhân. Giáo dục hiện đại đề cao tư duy phản biện, năng lực giải quyết vấn đề, khả năng thích ứng, sử dụng công nghệ và tính cá nhân hóa trong học tập. Theo UNESCO (2015)⁹, “giáo dục hiện đại cần chuẩn bị cho người học những năng lực cần thiết để thích ứng và đóng góp tích cực trong thế giới không ngừng thay đổi của thế kỷ 21”. Điều này đồng nghĩa với việc dạy học không còn chỉ là sự truyền thụ kiến thức một chiều, mà phải tạo điều kiện để người học chủ động khám phá, tư duy sáng tạo và vận dụng kiến thức vào thực tiễn.

Trong bối cảnh đó, giáo dục Toán học hiện đại cũng chuyển mình mạnh mẽ theo hướng tiếp cận năng lực. Toán học không còn đơn thuần là môn học tập trung vào kỹ năng tính toán hay chứng minh hình thức, mà trở thành công cụ để phát triển tư duy logic, năng lực mô hình hóa, giao tiếp toán học, và đặc biệt là khả năng vận dụng vào giải quyết các vấn đề thực tiễn – những năng lực thiết yếu của công dân toàn cầu. Đồng thời, toán học cũng giữ vai trò nền tảng trong nhiều lĩnh vực công nghệ cao như trí tuệ nhân tạo, phân tích dữ liệu, kỹ thuật và tài chính.

Một đặc trưng nổi bật của giáo dục Toán học hiện đại là việc ứng dụng công nghệ vào quá trình dạy học, nhằm tăng cường tính trực quan, tương tác và hiệu quả. Trong số các công cụ hỗ trợ, GeoGebra nổi lên như một phần mềm mã nguồn mở đa chức năng, tích hợp hình học, đại số, bảng tính, đồ thị và lập trình trong một môi trường học tập tương tác. Nhờ khả năng mô phỏng động, GeoGebra giúp trực quan hóa các

khái niệm toán học- môn học vốn trừu tượng và khó tiếp cận đối với nhiều học sinh, hỗ trợ bài giảng toán học một cách sinh động, dễ hiểu, từ đó tăng cường khả năng quan sát, phân tích và khái quát hóa của người học.

Việc tích hợp GeoGebra vào hoạt động dạy học toán không chỉ giúp giáo viên đổi mới phương pháp giảng dạy theo hướng phát huy tính tích cực, chủ động, khám phá và sáng tạo của học sinh, mà còn góp phần hiện thực hóa các mục tiêu của giáo dục hiện đại. Học sinh có thể thao tác trực tiếp với các đối tượng toán học, kiểm nghiệm giả thuyết, quan sát sự thay đổi trong thời gian thực, qua đó hình thành tư duy quy nạp và diễn dịch, tư duy logic, kỹ năng phát hiện và giải quyết vấn đề. Đồng thời, GeoGebra cũng hỗ trợ thiết kế các hoạt động học tập đa dạng, phù hợp với trình độ và phong cách học tập khác nhau của nhiều đối tượng người học.

Tóm lại, GeoGebra không chỉ là một công cụ công nghệ, mà còn là một phương tiện tư duy và phương pháp sư phạm hiện đại, góp phần quan trọng trong việc đổi mới phương pháp dạy học Toán theo hướng phát triển năng lực, trực quan hóa tri thức và nâng cao chất lượng giáo dục trong kỷ nguyên số.

2.2. Cách sử dụng GeoGebra trong dạy học tích phân

Trong dạy học tích phân, GeoGebra có thể được sử dụng theo nhiều cách như:

+ Vẽ đồ thị hàm số và tô màu diện tích giới hạn bởi các đường cong: Học sinh có thể dễ dàng nhập hàm số và quan sát đồ thị xuất hiện trên màn hình; Sử dụng thêm công cụ xác định và tô màu miền đa giác, công cụ tính diện tích miền đa giác để tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi nhiều đồ thị hàm số.

Ví dụ 1. Cho ba hàm số $f(x) = x^2 + 2x - 3$; $g(x) = x + 3$; $h(x) = -x - \frac{2}{3}$.

- Vẽ đồ thị ba hàm số $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ và xác định tọa độ các giao điểm của đồ thị các hàm số $f(x)$ và $g(x)$, $f(x)$ và $h(x)$.
- Tính diện tích của đa giác được tạo thành bởi các giao điểm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

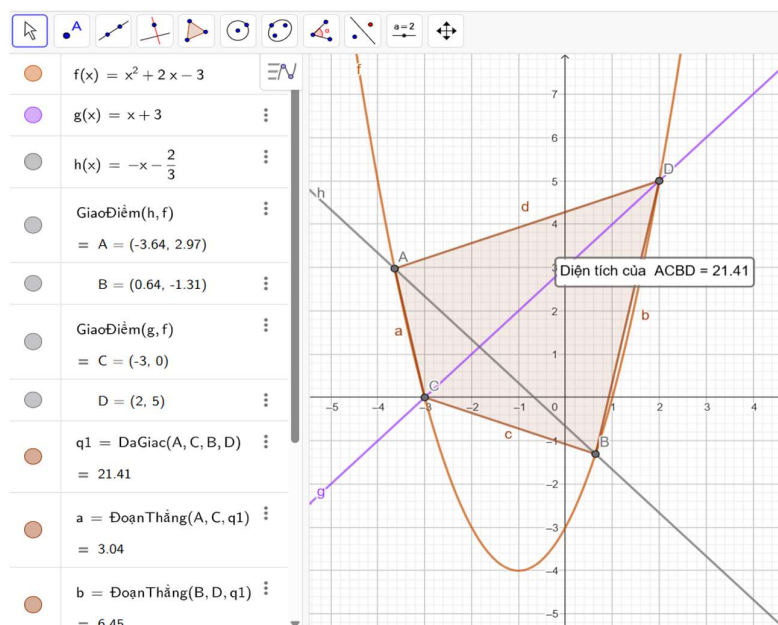
Các bước vẽ đồ thị và kiểm tra kết quả bằng GeoGebra như sau:

Bước 1. Nhập lần lượt các hàm $x^2 + 2x - 3$, $x + 3$ và $-x - \frac{2}{3}$ vào thanh nhập lệnh , ta được đồ thị các hàm số f, g và h xuất hiện trên màn hình.

Bước 2. Chọn  => Chọn  **Giao điểm của 2 đối tượng** => Nháy chuột vào các cặp đồ thị muốn tìm giao điểm, ta được giao điểm của đồ thị hàm số f và h là A = (-3.64, 2.97) và B = (0.64, -1.31); giao điểm của đồ thị hàm số g và f là C = (-3,0) và D = (2,5).

Bước 3. Chọn  => Chọn  Đa giác => Nháy chuột lần lượt vào các giao điểm để tạo đa giác ACBD.

Bước 4. Chọn  => Chọn  Diện tích => Nháy chuột vào đa giác vừa tạo ta được diện tích đa giác ACBD xấp xỉ khoảng 21.41.



Hình 2.1. Minh họa ví dụ 1 trên GeoGebra ở chế độ Graphing

+ **Sử dụng thanh trượt (Slider):** Tạo các biến động giới hạn tích phân để học sinh thấy được sự thay đổi của diện tích theo từng đoạn. Hoặc: + **Tính giá trị tích phân:** Phần mềm hỗ trợ tính tự động và so sánh với kết quả học sinh tính tay.

Ví dụ 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x + 2$ là một hàm liên tục, không âm trên $[1; 4]$. Tính diện tích của hình thang cong được giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ trong các trường hợp sau:

a) $a = -1$, $b = 1$; b) $a = -0,4$, $b = 2,2$.

Các bước vẽ hình thang cong và kiểm tra kết quả bằng GeoGebra như sau:

Bước 1. Nhập lệnh: $x^3 - 2x + 2$, ta được hàm f .

Bước 2. Tạo thanh trượt cho hai biến số a , b :

Chọn  => Chọn  Thanh trượt => Nhấp vào vị trí bất kì trên giao diện làm việc, điền các thông số của các biến a , b như sau.

Tên
a = 1

☒ Số ☐ Góc ☐ Số nguyên

Khoảng	Thanh trượt	Hiệu ứng
Cực tiểu -5	Cực đại 5	Số gia 0.1

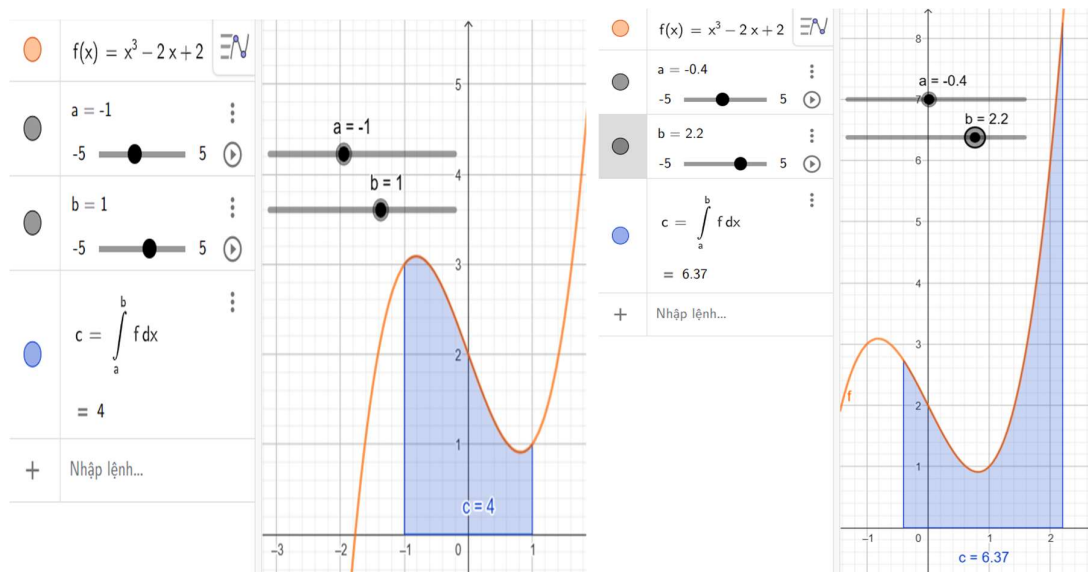
Tên
b = 1

☒ Số ☐ Góc ☐ Số nguyên

Khoảng	Thanh trượt	Hiệu ứng
Cực tiểu -5	Cực đại 5	Số gia 0.1

Bước 3. Nhập lệnh: **TíchPhân (f,a,b)** hoặc **TíchPhânXácĐịnh (f,a,b)**

Bước 4. Kéo thanh trượt a, b ứng với giá trị mà đề bài yêu cầu ta được sự thay đổi như sau



Hình 2.2. Minh họa ví dụ 2 trên GeoGebra ở chế độ Graphing

Bước 5. So sánh kết quả tính bằng máy tính Casio của học sinh với kết quả tính bằng GeoGebra, kết luận:

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = 4; \quad \int_{-0.4}^{2.2} f(x)dx = 6,37.$$

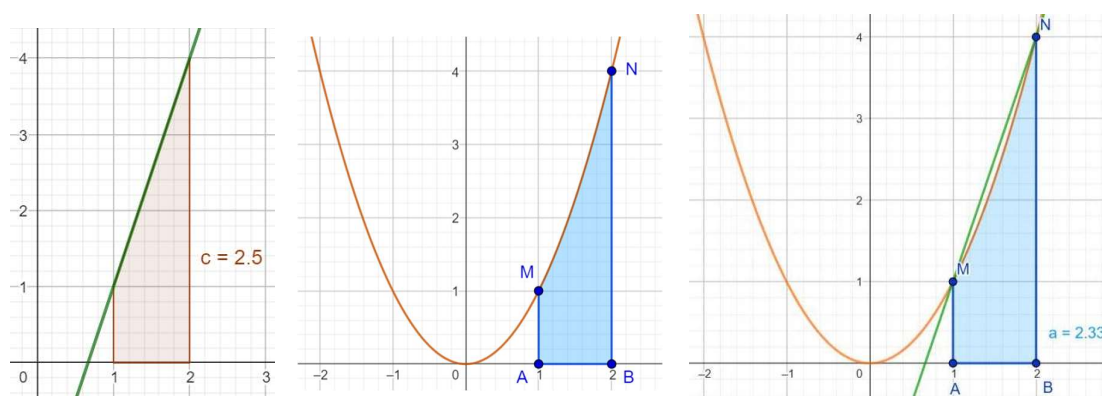
2.3. Minh họa sử dụng GeoGebra hỗ trợ thiết kế các hoạt động khởi động và hoạt động hình thành định nghĩa tích phân

2.3.1. Thiết kế hoạt động khởi động

Bài toán 1:

a. Cho hàm số $y = 3x - 2$ có đồ thị là đường thẳng (d). Hãy xác định và tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đường thẳng (d), trục Ox và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$.

b. Cho hàm số $y = f(x) = x^2$ có đồ thị là (P). Hãy xác định hình phẳng giới hạn bởi (P), trục Ox và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Giả sử đặt tên hình phẳng này là $AMNB$. Hình phẳng này được gọi là *hình thang cong AMNB*. Có thể so sánh diện tích hình thang cong AMNB với diện tích hình phẳng (H) ở câu a không? Nếu không dùng GeoGebra để dự đoán diện tích hình thang cong AMNB thì làm thế nào tính diện tích hình thang cong AMNB?



Hình 2.3. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục Ox và $x=a$, $x=b$ (câu a, câu b)

GV tổ chức cho HS giải quyết bài toán 1 trên: Trước tiên, GV yêu cầu HS nhắc lại quy trình vẽ đồ thị hàm số bậc nhất và bậc hai, sau đó GV hướng dẫn HS cách xác định hình phẳng (H) và hình phẳng AMNB bằng công cụ GeoGebra. Dựa vào tính trực quan của hình phẳng được GV

biểu diễn trên màn hình, HS sử dụng thêm công thức diện tích hình thang sẽ tính được diện tích hình phẳng ở câu a. Tuy nhiên, đối với câu b, dựa vào tính trực quan HS cũng sẽ so sánh được diện tích hình phẳng ở câu a sẽ lớn hơn diện tích hình phẳng ở câu b, nhưng các em sẽ không tính được bằng công thức diện tích hình thang cong này.

Trên cơ sở đó, GV đặt vấn đề: “Để tính được diện tích hình thang cong AMNB, các em sẽ sử dụng kiến thức về tích phân. Bài học hôm nay chúng ta sẽ cùng nhau tìm hiểu về định nghĩa “Tích phân”.

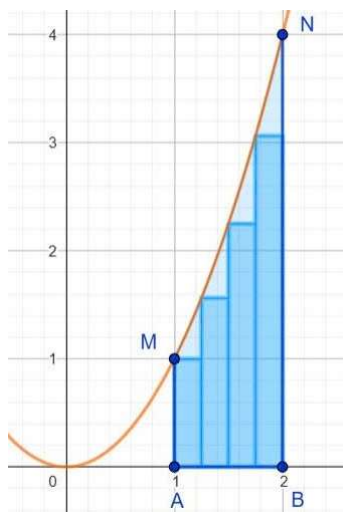
2.3.2. Thiết kế hoạt động hình thành kiến thức

Dựa vào kết quả của hoạt động khởi động, HS đã dự đoán được diện tích *hình thang cong AMNB* nhỏ hơn và gần bằng diện tích phẳng (H). Tuy nhiên để tính chính xác diện tích hình thang cong này là điều chưa thể với các công thức tính diện tích mà HS đã được học. Do đó, Giáo viên tiếp tục gợi ý và hướng dẫn học sinh thực hiện các hoạt động để giải quyết câu b trong bài toán nêu trên với ý tưởng thực hiện đó là chia nhỏ *hình thang cong AMNB* thành các hình chữ nhật và tính tổng các hình chữ nhật đó. Giáo viên có thể tổ chức thực hiện như sau:

+ Chia lớp thành 2 nhóm, học sinh thực hiện hoạt động nhóm và trả lời các câu hỏi sau (HS được phép sử dụng công cụ GeoGebra để hỗ trợ tìm kết quả).

Chia đoạn $[1; 2]$ thành n phần bằng nhau bởi các điểm chia:

$$x_0 = 1, x_1 = 1 + \frac{1}{n}, x_2 = 1 + \frac{2}{n}, \dots,$$



$$x_{n-1} = 1 + \frac{n-1}{n}, x_n = 1 + \frac{n}{n} = 2.$$

Câu hỏi 1. (Nhóm 1)

Gọi T_{n-1} là diện tích của hình chữ nhật dựng trên đoạn $[x_{n-1}; x_n]$ với chiều cao là $f(x_{n-1})$. Tức là:

+ T_0 là diện tích của hình chữ nhật dựng trên đoạn $[x_0; x_1]$ với chiều cao là $f(x_0)$.

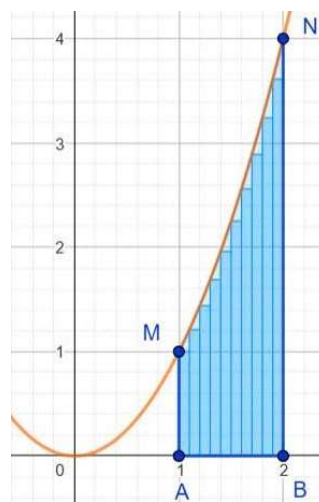
+ T_1 là diện tích của hình chữ nhật dựng trên đoạn $[x_1; x_2]$ với chiều cao là $f(x_1)$.

+ ...

a) Tính tổng diện tích của n hình chữ nhật trong các trường hợp $n = 4$ và $n = 10$. Em có nhận xét gì về tổng diện tích của n hình chữ nhật với diện tích của hình thang cong AMNB.

b) Đặt $S_n = T_0 + T_1 + T_2 + \dots + T_{n-1}$. Tổng S_n này gọi là **tổng tích phân dưới cấp n** của hàm số $f(x) = x^2$ trên đoạn $[1; 2]$. Chứng minh rằng: $S_n = \frac{1}{n} [f(x_0) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})]$.

c) Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$. Nhận xét về mối liên hệ giữa diện tích hình thang cong AMNB với giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.



Hình 2.4. Hình thang cong được chia thành các hình chữ nhật (trường hợp $n=4$ và $n=10$)

Câu hỏi 2. (Nhóm 2)

Gọi T_n là diện tích của hình chữ nhật dựng trên đoạn $[x_{n-1}; x_n]$ với chiều cao là $f(x_n)$. Tức là:

+ T_1 là diện tích của hình chữ nhật dựng trên đoạn $[x_0; x_1]$ với chiều cao là $f(x_1)$.

+ T_2 là diện tích của hình chữ nhật dựng trên đoạn $[x_1; x_2]$ với chiều cao là $f(x_2)$.

+ ...

a) Tính tổng diện tích của n hình chữ nhật trong

các trường hợp sau: $n = 4, n = 10$. Em có nhận xét gì về tổng diện tích này với diện tích của hình thang cong AMNB.

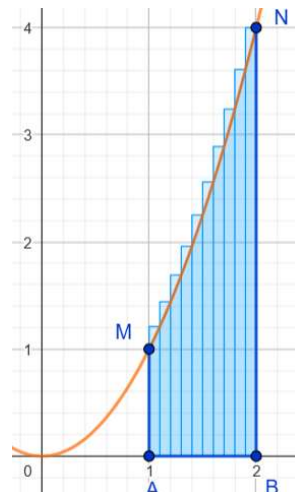
b) Tổng quát, với n tăng vô hạn, đặt $S'_n = T_1 + T_2 + \dots + T_n$. Tổng S'_n gọi là **tổng tích phân trên cấp n** của hàm số $f(x) = x^2$ trên đoạn $[1; 2]$. Chứng minh rằng:

$$S'_n = \frac{1}{n} [f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)].$$

c) Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n$. Nhận xét về mối liên hệ giữa

diện tích hình thang cong $AMNB$ với giá trị của

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n.$$



Hình 2.5. Hình thang cong được chia thành các hình chữ nhật (trường hợp $n=4$ và $n=10$)

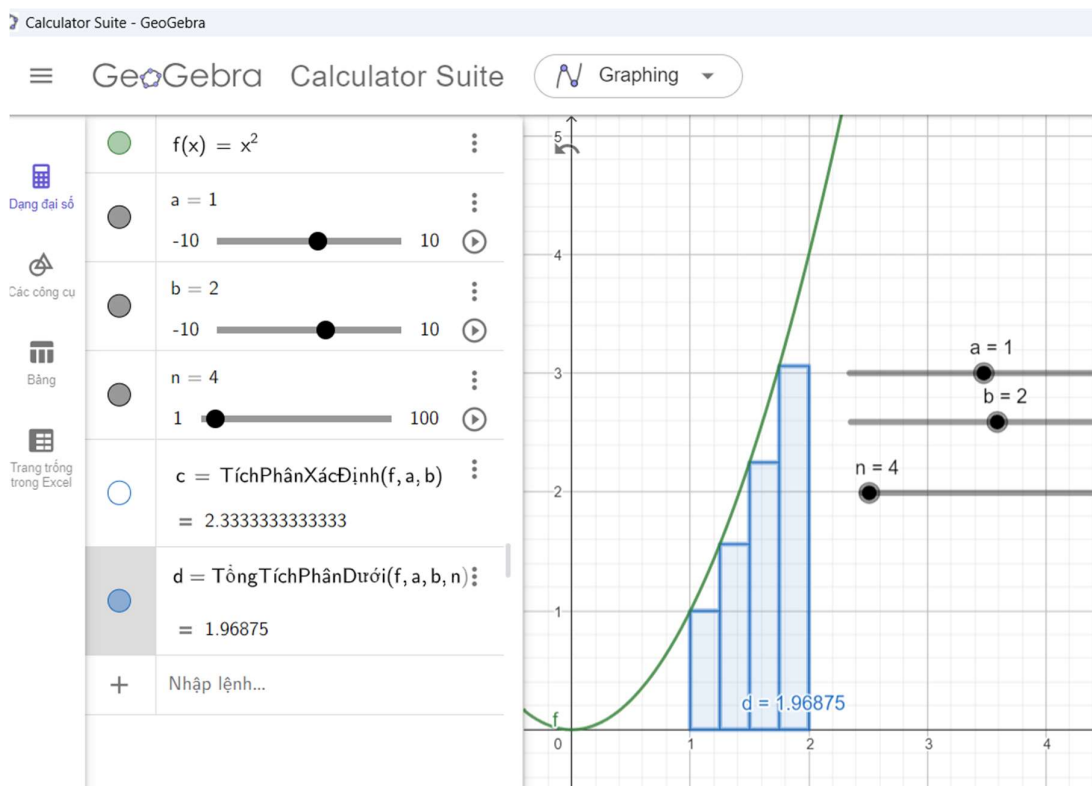
+ Hết thời gian làm việc nhóm, GV tổ chức cho các nhóm báo cáo sản phẩm. Sau đó, GV hướng dẫn sử dụng các lệnh trong công cụ GeoGebra để tính tổng của n hình chữ nhật cho câu hỏi 1 và câu hỏi 2.

Nhập lệnh: **TổngTíchPhânDưới** (Hàm số, Giá trị đầu-x, Giá trị cuối-x, Số hình chữ nhật)

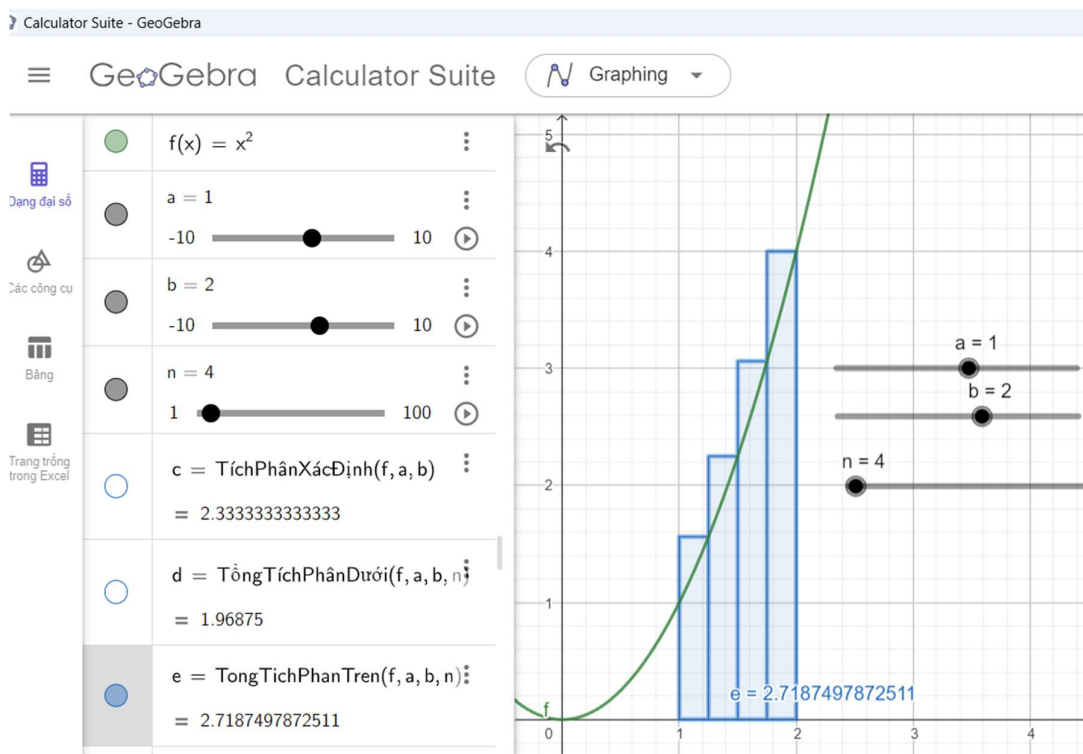
TổngTíchPhânTrên (Hàm số, Giá

trị đầu-x, Giá trị cuối-x, Số hình chữ nhật)

Cụ thể nhập lệnh: **TổngTíchPhânDưới** (f, a, b, n); **TổngTíchPhânTrên** (f, a, b, n), thu được kết quả tổng diện tích các hình chữ nhật (xem hình 2.6) trong trường hợp $n=4$ xấp xỉ là 1,97, và tổng diện tích các hình chữ nhật (xem hình 2.7) trong trường hợp $n=4$ là 2,72.



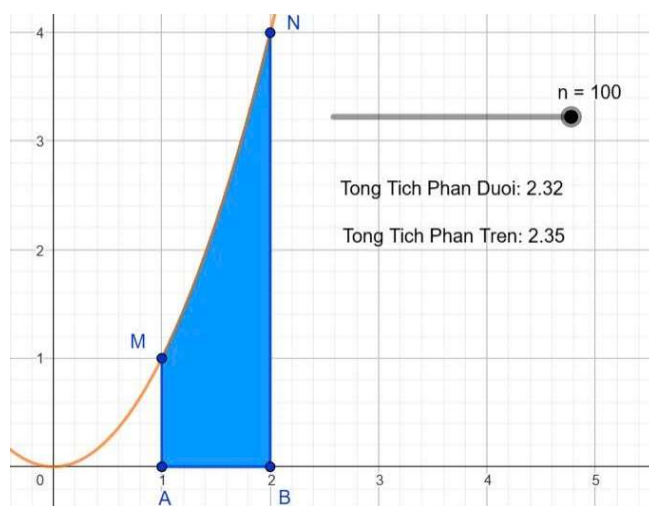
Hình 2.6. Tổng diện tích các hình chữ nhật (tổng tích phân dưới) trong trường hợp $n=4$



Hình 2.7. Tổng diện tích các hình chữ nhật (tổng tích phân trên) trong trường hợp $n=4$

Tương tự, xét trường hợp $n=10$, bằng trực quan (theo dõi trên màn hình tivi), HS cũng đọc được tổng diện tích các hình chữ nhật (tổng tích phân dưới) xấp xỉ bằng 2,2; tổng diện tích các

hình chữ nhật (tổng tích phân trên) xấp xỉ bằng 2,5. Tiếp tục GV cho HS đọc kết quả cho trường hợp $n=100$, tổng tích phân dưới là 2,32, tổng tích phân trên là 2,35 (Xem Hình 2.8).



Hình 2.8. Kết quả tính tổng diện tích các hình chữ nhật trong trường hợp $n = 100$

Từ hình ảnh trực quan thông qua dùng phần mềm GeoGebra, học sinh dễ dàng nhận thấy rằng nếu chia và xây dựng các hình chữ nhật theo hình thức nào (tính theo tổng tích phân trên hay dưới) thì khi n ngày càng tăng, số lượng hình chữ nhật sẽ tăng lên và kết quả thu được là tổng tích phân trên

sẽ xấp xỉ bằng tổng tích phân dưới, xấp xỉ bằng 2,3 đvdt (tính bằng công cụ GeoGebra).

- Thông qua các hoạt động hướng dẫn HS giải quyết bài toán 1, bước đầu HS đã tiếp cận được định nghĩa tích phân (liên quan đến tổng tích phân trên và tổng tích phân dưới). Để giúp HS tiếp tục

hình thành định tích phân, GV cho học sinh thực hiện giải bài toán 2 sau đây.

Bài toán 2. Xét hàm số $y = f(x) = x^2$ liên tục, không âm trên $[1; 2]$.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số trên.

b) Tính $F(2) - F(1)$? So sánh giá trị này với $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$? Từ đó, có kết luận gì về diện tích của hình thang cong $AMNB$?

HS làm việc theo cặp đôi dưới sự hướng dẫn của giáo viên, kết quả mong đợi nhận được

là: a) $F(x) = \frac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của $f(x)$;

b) $F(2) - F(1) = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{7}{3} \approx 2,3$. Hơn nữa,

$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{14n^2 + 1}{6n^2} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$. Do đó,

$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = F(2) - F(1) = \frac{7}{3}$. Vậy diện tích của

hình thang cong $AMNB$ bằng $F(2) - F(1)$, với $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ trên $[1; 2]$.

GV: Trong toán học, hiệu $F(2) - F(1)$ được gọi là tích phân từ 1 đến 2 của hàm số $f(x) = x^2$, và thông qua các hoạt động trên, các em đã nhận ra rằng giá trị tích phân này chính là diện tích của hình thang cong. Đây cũng là một trong các ứng dụng của tích phân.

GV: Một cách tổng quát, nếu ta có hàm số $y = f(x)$ liên tục đoạn $[a; b]$, Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$ được định nghĩa như thế nào?

Câu trả lời mong đợi của HS: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ là một

nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Hiệu số $F(b) - F(a)$ được gọi là tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$. Kí hiệu $\int_a^b f(x)dx$.

3. KẾT LUẬN

Trong bối cảnh đổi mới giáo dục theo định hướng phát triển năng lực, việc tích hợp công nghệ vào dạy học Toán học không chỉ là xu thế tất yếu mà còn là giải pháp hiệu quả nhằm nâng cao chất lượng giảng dạy và học tập. Bài báo đã làm rõ vai trò nổi bật của phần mềm GeoGebra trong giáo dục Toán hiện đại, đặc biệt là trong việc trực quan hóa khái niệm trừu tượng như Tích phân, hỗ trợ thiết kế hoạt động dạy học sinh động và tăng cường sự tương tác giữa người học với tri thức Toán học.

Thông qua việc khai thác các chức năng của GeoGebra, bài báo đã đề xuất cách tiếp cận cụ thể trong dạy học nội dung tích phân lớp 12, tập trung vào việc thiết kế các hoạt động khởi động và hình thành định nghĩa tích phân một cách trực quan, logic và gắn với thực tiễn. Các minh họa được trình bày cho thấy tiềm năng của GeoGebra trong việc tạo lập môi trường học tập tích cực, góp phần phát triển tư duy toán học, khả năng khám phá phát hiện vấn đề và năng lực sử dụng công nghệ của HS.

Từ những phân tích và minh chứng đã nêu, có thể khẳng định rằng việc ứng dụng GeoGebra trong dạy học tích phân không chỉ giúp HS tiếp cận dễ dàng hơn với các khái niệm phức tạp mà còn mở rộng cơ hội đổi mới phương pháp giảng dạy theo hướng phát huy tính chủ động và sáng tạo cho người học. Trong tương lai, việc tiếp tục nghiên cứu và mở rộng ứng dụng GeoGebra vào các chủ đề Toán học khác sẽ là hướng đi tiềm năng, góp phần thúc đẩy quá trình chuyển đổi số trong giáo dục và nâng cao hiệu quả dạy học môn Toán ở trường phổ thông.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Abedi, E. A. Tensions between technology integration practices of teachers and ICT in education policy expectations: implications for change in teacher knowledge, beliefs and teaching practices. *Journal of Computers in Education*, **2023**, 10(4). <https://doi.org/10.1007/s40692-023-00296-6>.
2. Barwell, R. The changing nature of mathematics education in the digital age. *Educational Designer*, **2018**, 3(10), 1-16.
3. Bộ giáo dục và Đào tạo. *Chương trình giáo dục phổ thông Chương trình tổng thể*, Hà Nội, 2018.

4. Çekmez, E. Investigation of the effect of computer-supported instruction on students' achievement on optimization problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, **2021**, 54(1), 29-45.

<https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1944685>.

5. Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. Software for Learning and Teaching Mathematics: GeoGebra. *Journal of Online Mathematics and Its Applications*, **2007**, 7.
6. Ban Tuyên giáo Trung ương. *Nghị quyết số 29-NQ/TW về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào*

tao, Hà Nội, 2013. Truy cập từ <https://www.tapchiconsan.org.vn>.

7. OECD. *Education policy outlook 2022: Transforming pathways for lifelong learners*. OECD Publishing, 2022.

<https://doi.org/10.1787/c77c7a97-en>

8. Chính phủ Việt Nam. *Quyết định số 1705/QĐ-TTg phê duyệt Chiến lược phát triển giáo dục 2021–2030, tầm nhìn đến 2045*, Hà Nội, 2024,

9. UNESCO. *Rethinking Education: Towards a Global Common Good? UNESCO Publishing*. Paris, Pháp, 2015. ISBN: 978-92-3-100088-1.

<https://thuvienphapluat.vn/van-ban/EN/Giao-duc/Decision-1705-QD-TTg-2024-3>