

Ứng dụng GeoGebra trong giáo dục Toán hiện đại: Minh họa định nghĩa Tích phân lớp 12

TÓM TẮT

Bài báo trình bày nghiên cứu về việc ứng dụng phần mềm GeoGebra trong giáo dục toán học hiện đại, đặc biệt là nội dung tích phân xác định trong chương trình toán lớp 12. GeoGebra được khai thác như một công cụ trực quan hóa mạnh mẽ, giúp học sinh chủ động khám phá, kiến tạo tri thức và phát triển tư duy toán học. Trên cơ sở lý thuyết tích phân và định hướng kiến tạo, nhóm tác giả đề xuất cách thức sử dụng GeoGebra trong dạy học định nghĩa tích phân, cụ thể sử dụng GeoGebra hỗ trợ thiết kế hoạt động học tập gồm khởi động và hình thành kiến thức. Kết quả cho thấy GeoGebra là công cụ sư phạm hiệu quả, góp phần đổi mới phương pháp tiếp cận toán học theo hướng phát triển năng lực. Bài báo đồng thời mở ra cơ hội mở rộng ứng dụng GeoGebra vào các chủ đề toán học khác, góp phần thúc đẩy chuyển đổi số trong giáo dục phổ thông.

Từ khóa: *Giáo dục Toán hiện đại, GeoGebra, Định nghĩa Tích phân.*

Applying GeoGebra in modern Mathematics education: illustrating the definition of the definite Integral in grade 12

ABSTRACT

The article presents a study on the application of GeoGebra software in modern mathematics education, with a particular focus on the definite integral content in the Grade 12 mathematics curriculum. GeoGebra is utilized as a powerful visualization tool that supports students in actively exploring, constructing knowledge, and developing mathematical thinking. Based on integral theory and a constructivist approach, the authors propose a method for using GeoGebra in teaching the definition of integrals, specifically by integrating GeoGebra into the design of learning activities such as warm-up tasks and knowledge formation. The results demonstrate that GeoGebra is an effective pedagogical tool, contributing to the innovation of mathematics teaching methods towards competency-based approaches. The article also highlights the potential for expanding the use of GeoGebra to other mathematical topics, thereby promoting digital transformation in general education.

Keywords: *Modern mathematics education, GeoGebra, Definition of the definite integral.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong xu thế giáo dục toán (GDT) hiện đại, việc dạy học (DH) môn Toán không chỉ nhằm cung cấp kiến thức (KT) mà còn chú trọng thúc đẩy tư duy logic, khả năng phát hiện vấn đề (PHVĐ) và vận dụng kỹ năng, KT vào thực tế. Công nghệ, với chức năng là một phương tiện hỗ trợ hiệu quả, đang đóng vai trò thúc đẩy quá trình đổi mới phương pháp giảng dạy (PPGD). Nhờ đó, người học không chỉ tiếp thu KT một cách linh hoạt hơn mà còn tăng cường tính chủ động, tích cực và sáng tạo trong suốt quá trình học tập (HT). Nhờ việc tích hợp công cụ số, GV có thể tạo ra một môi trường HT mang tính trải nghiệm, nơi HS được tham gia vào các hoạt động (HĐ) tư duy như khơi gợi động lực, kiểm nghiệm giả thuyết, hình thành và khái quát hóa KT. Từ đó, HS có thể tự xây dựng tri thức mới, phát triển năng lực (PTNL)

Tích phân là một nội dung trọng tâm trong chương trình toán lớp 12. Việc giúp HS tiếp cận khái niệm tích phân thông qua mối liên quan giữa giới hạn và diện tích (dt) hình phẳng thường không dễ dàng, bởi đây là KT mang tính trừu tượng và khó biểu diễn trực quan. Cách tiếp cận truyền thống trong DH Toán, vốn đơn thuần chỉ đưa ra công thức và định nghĩa một cách khô khan đang dần trở nên không đáp ứng được nhu cầu HT đa dạng như ngày nay. Do đó, việc sử dụng

sử dụng phương tiện và công cụ để học Toán, hình thành kỹ năng và nâng cao sự tự tin trong HT.^{1,2} Do đó, việc lồng ghép công nghệ vào quá trình giảng dạy và HT đã trở thành một yếu tố không thể thiếu để đổi mới nền giáo dục.³

GeoGebra là một phần mềm có tính mở, tích hợp các lĩnh vực như hình học, đại số và giải tích, mang đến sự trực quan, dễ sử dụng cho người dùng. Bởi sự hiệu quả và tính linh hoạt trong hỗ trợ DH, GeoGebra ngày càng được GV sử dụng rộng rãi để đổi mới PPGD môn Toán. Các nghiên cứu gần đây cho thấy GeoGebra giúp tăng cường khả năng tư duy trực quan, tạo cơ hội cho học sinh khám phá và tương tác với các đối tượng toán học một cách linh hoạt,⁴ thuận tiện thực hiện các phép tính, dễ dàng hình dung các khái niệm trừu tượng và áp dụng KT để giải bài toán một cách hiệu quả.⁵

công cụ trực quan để minh họa, giúp HS dễ dàng quan sát, khám phá và tiếp cận các định nghĩa toán học một cách rõ ràng hơn là thật sự cần thiết.

Dựa trên những cơ sở đã trình bày, bài viết này tập trung vào hai mục tiêu chính:

(1) Làm rõ vai trò của phần mềm GeoGebra trong GDT học hiện đại, với trọng tâm là đổi mới PPGD theo hướng trực quan hóa và khơi gợi tư duy sáng tạo cho HS;

(2) Minh họa cách ứng dụng GeoGebra vào việc thiết kế hoạt động DH khái niệm tích phân thuộc chương trình Toán lớp 12, nhằm nâng cao khả năng tiếp thu KT và tạo động lực HT tích cực cho HS.

2. NỘI DUNG

2.1. Vai trò của GeoGebra trong giáo dục Toán hiện đại

Tham khảo Nghị quyết số 29-NQ/TW⁶ về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục (Gd) và đào tạo, cùng Quyết định số 1705/QĐ-TTg⁷ phê duyệt Chiến lược phát triển Gd giai đoạn 2021–2030, tầm nhìn đến năm 2045, cũng như các báo cáo quốc tế của OECD⁸ và UNESCO⁹ và có thể nhận thấy rằng Gd hiện đại được hiểu là một quá trình DH mà người học được chọn làm trung tâm, hướng đến việc xây dựng và PTNL cá nhân theo cách toàn diện, đề cao vai trò của tư duy phản biện, khả năng phát hiện và giải quyết (GQ) vấn đề, có khả năng thích ứng linh hoạt với thay đổi, ứng dụng được công nghệ và tính cá nhân hóa trong HT. Theo UNESCO (2015)⁹, “GD hiện đại cần chuẩn bị cho người học có đủ kỹ năng thiết yếu để thích ứng và đóng góp tích cực trong thế giới không ngừng thay đổi của thế kỷ 21”. Điều này đồng nghĩa với việc DH không phải là truyền đạt KT một chiều, mà cần tạo ra một môi trường HT nơi HS được khuyến khích khám phá, chủ động tìm tòi, suy nghĩ sáng tạo và áp dụng KT vào GQ các tình huống thực tế.

Cùng với bối cảnh đó, GDT hiện đại cũng chuyển mình mạnh mẽ theo hướng PTNL toàn diện cho HS. Toán học không còn đơn thuần là môn học về tính toán hay chứng minh hình thức, mà còn là phương tiện thiết yếu để PTNL mô hình hóa, khả năng diễn đạt ý tưởng và tư duy logic, nhất là khả năng ứng dụng KT vào GQ các tình huống thực tiễn. Hơn nữa, Toán học còn đóng vai trò cốt lõi cho sự phát triển của nhiều lĩnh vực quan trọng như kỹ thuật và tài chính, trí tuệ nhân tạo, ...

Một đặc trưng nổi bật của GDT hiện đại là khai thác và đưa công nghệ số vào môi trường HT và giảng dạy, nhằm tăng cường tính trực quan, tương tác và hiệu quả. Trong số các công cụ hỗ trợ, GeoGebra nổi lên như một phần mềm đa năng, mã nguồn mở, kết hợp hình học, đại số, bảng tính và đồ thị. Nhờ khả năng mô phỏng động, GeoGebra giúp trực quan các khái niệm toán học – một môn học khó tiếp cận bởi tính trừu tượng; hỗ trợ bài giảng toán học một cách sinh động, dễ hiểu, đồng thời giúp HS nâng cao kỹ năng phân tích, quan sát và khái quát hóa.

Việc ứng dụng phần mềm GeoGebra vào quá trình giảng dạy môn Toán không chỉ góp phần đổi mới cách thức truyền đạt KT của GV mà còn khơi gợi sự hứng thú, sáng tạo, chủ động tìm hiểu của HS, góp phần hiện thực hóa mục tiêu đổi mới giáo dục. HS được tạo điều kiện trực tiếp khám phá các yếu tố hình học và đại số, kiểm nghiệm giả thuyết, theo dõi sự biến đổi tức thời của đối tượng, từ đó hình thành và PTNL suy luận quy nạp, diễn giải và tư duy có hệ thống. Đồng thời, GeoGebra còn giúp tạo ra các tình huống HT phong phú và linh hoạt, phù hợp nhiều trình độ và cách tiếp cận HT khác nhau của mỗi HS.

Tóm lại, GeoGebra không chỉ là phần mềm hỗ trợ kỹ thuật số, mà còn là một phương tiện tư duy và PPGD hiện đại, góp phần cải tiến cách thức tổ chức các HĐ học tập môn Toán, phát triển phẩm chất và năng lực (NL) người học, tăng cường khả năng trực quan hóa kiến thức và cải thiện chất lượng DH trong bối cảnh GD toàn cầu cùng chuyên đổi số.

2.2. Cách sử dụng GeoGebra trong dạy học nội dung tích phân

Trong DH tích phân, có thể sử dụng GeoGebra để:

+ *Vẽ đồ thị của hàm số và tô màu diện tích miền giới hạn bởi các đường cong*: HS có thể dễ dàng nhập hàm số và quan sát đồ thị xuất hiện trên màn hình; Sử dụng thêm công cụ xác định và tô màu miền đa giác, công cụ tính dt miền đa giác để tính dt của các hình phẳng.

Ví dụ 1. Cho ba hàm số $f(x) = x^2 + 2x - 3$; $g(x) = x + 3$; $h(x) = -x - \frac{2}{3}$.

a) Vẽ đồ thị của 3 hàm số $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$. Hãy xác định điểm giao của các cặp đồ thị hàm số $f(x)$ và $g(x)$, $f(x)$ và $h(x)$.

b) Tính diện tích đa giác được tạo thành từ các điểm giao ở trên (làm tròn kết quả đến hai chữ số sau dấu phẩy).

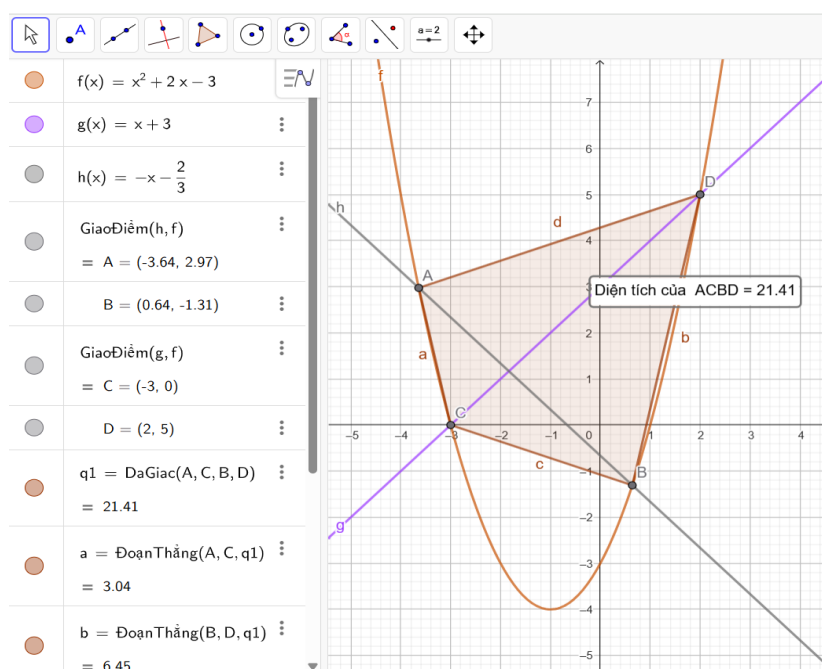
Các bước vẽ đồ thị và kiểm tra kết quả bằng GeoGebra như sau:

Bước 1. Nhập lần lượt các hàm $x^2 + 2x - 3$, $x + 3$ và $-x - \frac{2}{3}$ vào thanh nhập lệnh , ta được đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ và $h(x)$ xuất hiện trên màn hình.

Bước 2. Chọn  => Chọn  Giao điểm của 2 đối tượng => Nháy chuột vào các cặp đồ thị muốn tìm giao điểm, ta được giao điểm của đồ thị hàm số f và h là $A = (-3.64, 2.97)$ và $B = (0.64, -1.31)$; giao điểm của đồ thị hàm số g và f là $C = (-3, 0)$ và $D = (2, 5)$.

Bước 3. Chọn  => Chọn  Đa giác => Nháy chuột lần lượt vào các giao điểm để tạo đa giác $ACBD$.

Bước 4. Chọn  => Chọn  Diện tích => Nháy chuột vào đa giác vừa tạo ta được diện tích đa giác $ACBD$ xấp xỉ khoảng 21.41.



Hình 1. Minh họa Ví dụ 1 trên GeoGebra ở chế độ Graphing

+ **Sử dụng thanh trượt (Slider):** Tạo các biến động giới hạn tích phân để HS theo dõi sự thay đổi của dt theo từng đoạn. Hoặc:

+ **Tính giá trị tích phân:** Phần mềm hỗ trợ tính tự động và so sánh với kết quả HS tính tay.

Ví dụ 2. Giả sử $f(x) = x^3 - 2x + 2$ là một hàm số không âm, liên tục trên $[1; 4]$. Hãy tính dt phần hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$,

trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ trong mỗi trường hợp dưới đây:

a) $a = -1$, $b = 1$; b) $a = -0,4$, $b = 2,2$.

Các bước vẽ hình thang cong và kiểm tra kết quả bằng GeoGebra như sau:

Bước 1. Nhập lệnh: $x^3 - 2x + 2$, ta được hàm f .

Bước 2. Tạo thanh trượt cho hai biến số a , b :

Chọn  => Chọn  Thanh trượt => Nhấp vào vị trí bất kì trên giao diện làm việc, điền các thông số của các biến a, b như sau.

Tên
a = 1

☒ Số ☐ Góc ☐ Số nguyên

Khoảng	Thanh trượt	Hiệu ứng
Cực tiểu <u>-5</u>	Cực đại <u>5</u>	Số gia <u>0.1</u>

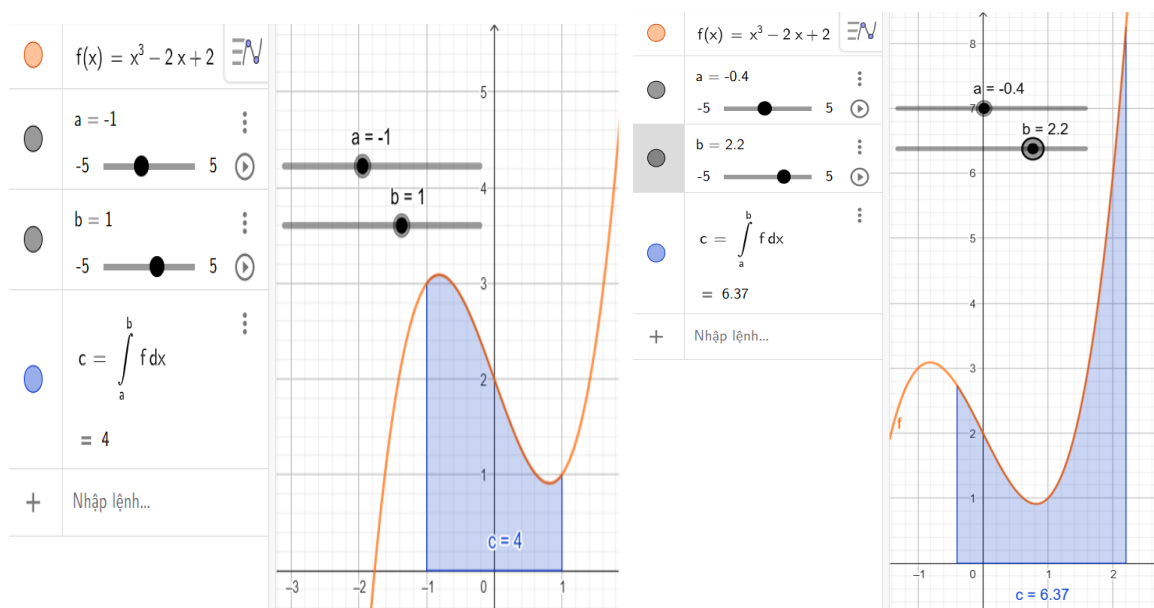
Tên
b = 1

☒ Số ☐ Góc ☐ Số nguyên

Khoảng	Thanh trượt	Hiệu ứng
Cực tiểu <u>-5</u>	Cực đại <u>5</u>	Số gia <u>0.1</u>

Bước 3. Nhập lệnh: **TíchPhân (f,a,b)** hoặc **TíchPhânXácĐịnh (f,a,b)**

Bước 4. Kéo thanh trượt a, b ứng với giá trị mà đề bài yêu cầu ta được sự thay đổi như sau



Hình 2. Minh họa Ví dụ 2 trên GeoGebra ở chế độ Graphing

Bước 5. So sánh kết quả tính bằng máy tính Casio của học sinh với kết quả tính bằng GeoGebra, kết luận

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 4 \text{ và } \int_{-0,4}^{2,4} f(x) dx = 6,37.$$

2.3. Minh họa sử dụng GeoGebra hỗ trợ xây dựng các hoạt động khởi động và hình thành định nghĩa tích phân xác định

2.3.1. Hoạt động khởi động

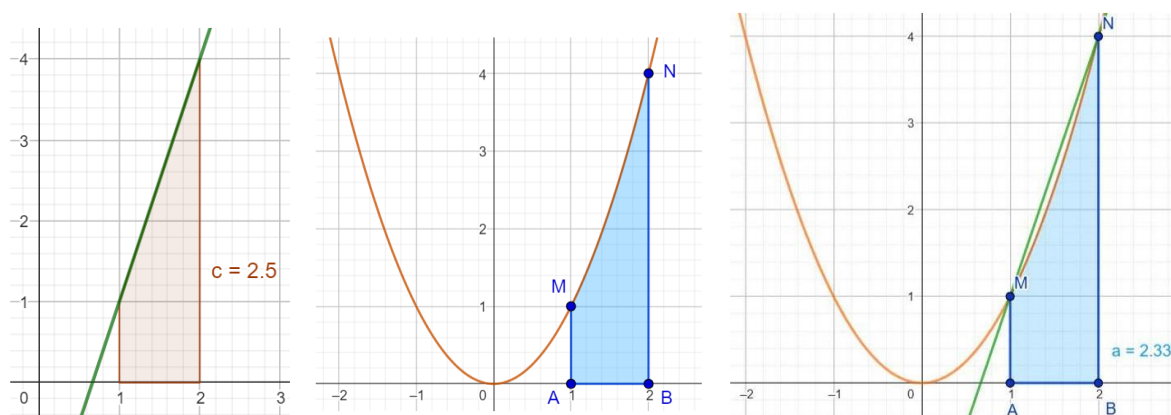
Bài toán 1.

a) Cho hàm số $y = 3x - 2$, gọi đồ thị là (d). Hãy viết công thức và tính dt hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị (d), trục Ox và các đường thẳng $x = 1, x = 2$.

b) Cho hàm số $y = f(x) = x^2$, gọi đồ thị là (P). Hãy xác định hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P), trục Ox và các đường $x = 1, x = 2$.

c) Giả sử đặt tên hình phẳng này là AMNB. Hình phẳng này được gọi là hình thang cong AMNB. Có thể so sánh dt hình thang cong AMNB với dt

hình phẳng (H) ở câu a) không? Nếu không dùng GeoGebra để dự đoán dt hình thang cong $AMNB$ thì làm thế nào tính dt hình thang cong $AMNB$?



Hình 3. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục Ox và $x=a$, $x=b$ (câu a, câu b)

GV tổ chức cho HS giải Bài toán 1 trên: Trước tiên, GV yêu cầu HS ôn lại cách vẽ đồ thị của hàm số bậc hai và bậc nhất, sau đó GV chỉ dẫn HS cách xác định hình (H) và hình $AMNB$ bằng công cụ GeoGebra. Dựa vào tính trực quan của hình phẳng được GV biểu diễn trên màn hình, HS sử dụng thêm công thức dt của hình thang để tính dt hình ở câu a). Tuy nhiên, đối với câu b), dựa vào tính trực quan HS cũng so sánh được dt hình phẳng ở câu a) sẽ lớn hơn dt hình phẳng ở câu b), nhưng các em sẽ không biết sử dụng công thức nào để tính dt hình thang cong này. Từ đó, GV đặt câu hỏi và dẫn nhập vào bài: Làm thế nào để tính dt hình $AMNB$? Đáp án nằm ở kt về tích phân. Trong buổi học hôm nay, chúng ta sẽ cùng khám phá khái niệm “Tích phân”.

2.3.2. Thiết kế hoạt động hình thành kiến thức

Dựa vào kết quả của HĐ khởi động, HS đã dự đoán được dt hình thang cong $AMNB$ nhỏ hơn và gần bằng dt phẳng (H). Tuy nhiên để tính chính xác dt hình thang cong này là điều chưa thể với các kt mà HS đã được học. Do đó, GV tiếp tục gợi ý và hướng dẫn HS giải quyết câu b) trong bài toán nêu trên với ý tưởng thực hiện đó là chia nhỏ hình thang cong $AMNB$ thành các hình chữ nhật (hcn) và tính tổng các hcn đó. Cụ thể, GV tổ chức thực hiện như sau:

+ Chia lớp thành hai nhóm, và các nhóm trả lời các câu hỏi 1 và 2 sau (HS được phép sử dụng GeoGebra để hỗ trợ tìm kết quả).

Chia đoạn $[1; 2]$ thành n phần bằng nhau với các điểm chia:

$$x_0 = 1, x_1 = 1 + \frac{1}{n}, x_2 = 1 + \frac{2}{n}, \dots,$$

$$x_{n-1} = 1 + \frac{n-1}{n}, x_n = 1 + \frac{n}{n} = 2.$$

Câu hỏi 1. (Nhóm 1)

Gọi T_{n-1} là dt của hcn dựng trên đoạn $[x_{n-1}; x_n]$ với chiều cao là $f(x_{n-1})$. Tức là:

+ T_0 là dt của hcn dựng trên đoạn $[x_0; x_1]$ với chiều cao là $f(x_0)$.

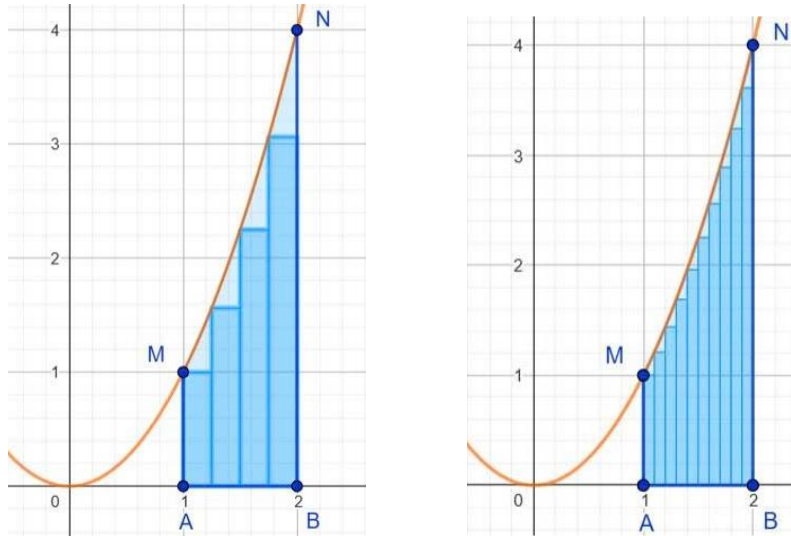
+ T_1 là dt của hcn dựng trên đoạn $[x_1; x_2]$ với chiều cao là $f(x_1)$.

+ ...

a) Tính tổng dt của n hcn trong các trường hợp $n = 4$ và $n = 10$. Em có nhận xét gì về tổng dt của n hcn này so với dt của hình thang cong $AMNB$?

b) Đặt $S_n = T_0 + T_1 + T_2 + \dots + T_{n-1}$. Tổng S_n này gọi là **tổng tích phân dưới cấp n** của hàm số $f(x) = x^2$ trên đoạn $[1; 2]$. Chứng minh rằng: $S_n = \frac{1}{n} [f(x_0) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})]$.

c) Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$. Theo bạn, giới hạn này có liên quan như thế nào đến dt của hình thang cong $AMNB$?



Hình 4. Hình thang cong được chia thành các hình chữ nhật (trường hợp $n=4$ và $n=10$)

Câu hỏi 2. (Nhóm 2)

Gọi T_n là dt của hcn dựng trên đoạn $[x_{n-1}; x_n]$ với chiều cao là $f(x_n)$. Tức là:

+ T_1 là dt của hcn dựng trên đoạn $[x_0; x_1]$ với chiều cao là $f(x_1)$.

+ T_2 là dt của hcn dựng trên đoạn $[x_1; x_2]$ với chiều cao là $f(x_2)$.

+ ...

a) Tính tổng dt của n hcn trong các trường hợp sau: $n = 4, n = 10$. Em có nhận xét gì về tổng dt

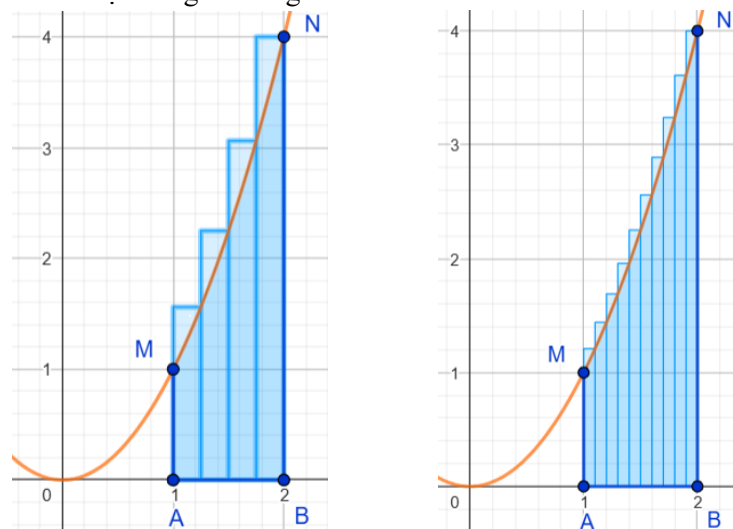
này với dt của hình thang cong $AMNB$.

b) Tổng quát, với n tăng vô hạn, đặt $S'_n = T_1 + T_2 + \dots + T_n$. Tổng S'_n gọi là **tổng tích phân trên cấp n** của hàm số $f(x) = x^2$ trên đoạn $[1; 2]$. Chứng minh rằng:

$$S'_n = \frac{1}{n} [f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)].$$

c) Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n$. Nhận xét về mối liên hệ giữa

dt hình thang cong $AMNB$ với giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} S'_n$.



Hình 5. Hình thang cong được chia thành các hình chữ nhật (trường hợp $n=4$ và $n=10$)

+ Hết thời gian làm việc nhóm, GV cho đại diện nhóm báo cáo sản phẩm. Sau đó, GV hướng dẫn cả lớp sử dụng các lệnh trong công cụ GeoGebra để tính tổng của n hình chữ nhật cho Câu hỏi 1 và Câu hỏi 2.

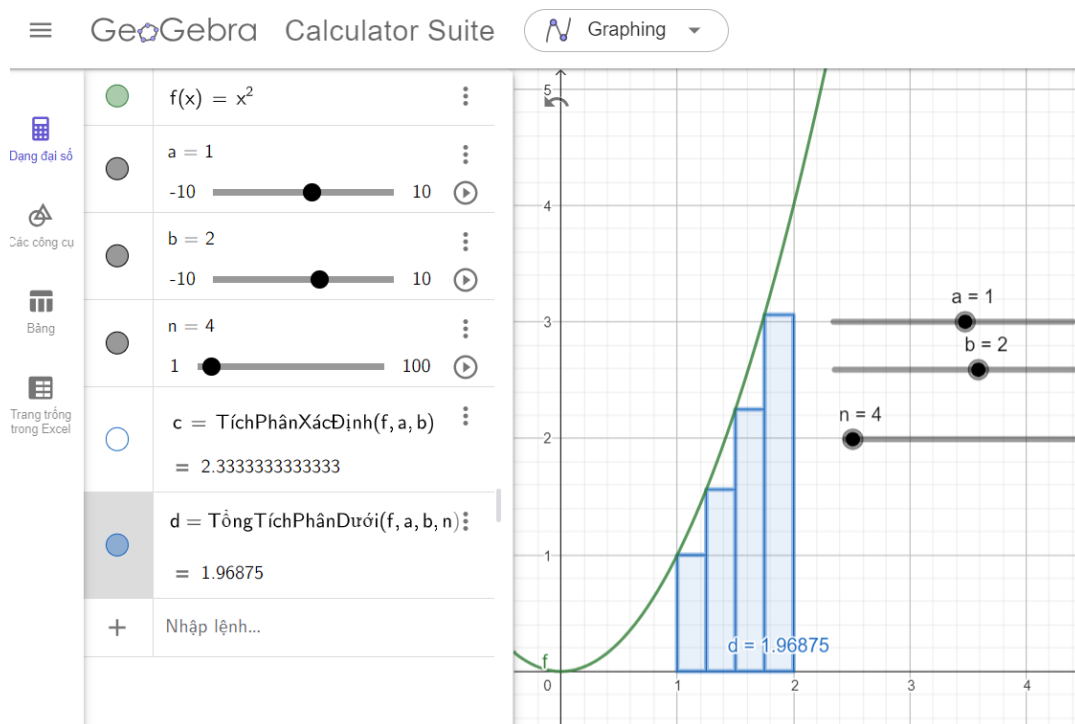
Nhập lệnh: **TổngTíchPhânDưới** (Hàm số, Giá trị đầu-x, Giá trị cuối-x, Số hình chữ nhật)

TổngTíchPhânTrên (Hàm số, Giá trị đầu-x, Giá trị cuối-x, Số hình chữ nhật)

Cụ thể nhập lệnh: TổngTíchPhânDưới (f,a,b,n); TổngTíchPhânTrên (f,a,b,n), thu được kết quả tổng dt các hcn (xem Hình 6) trong trường hợp

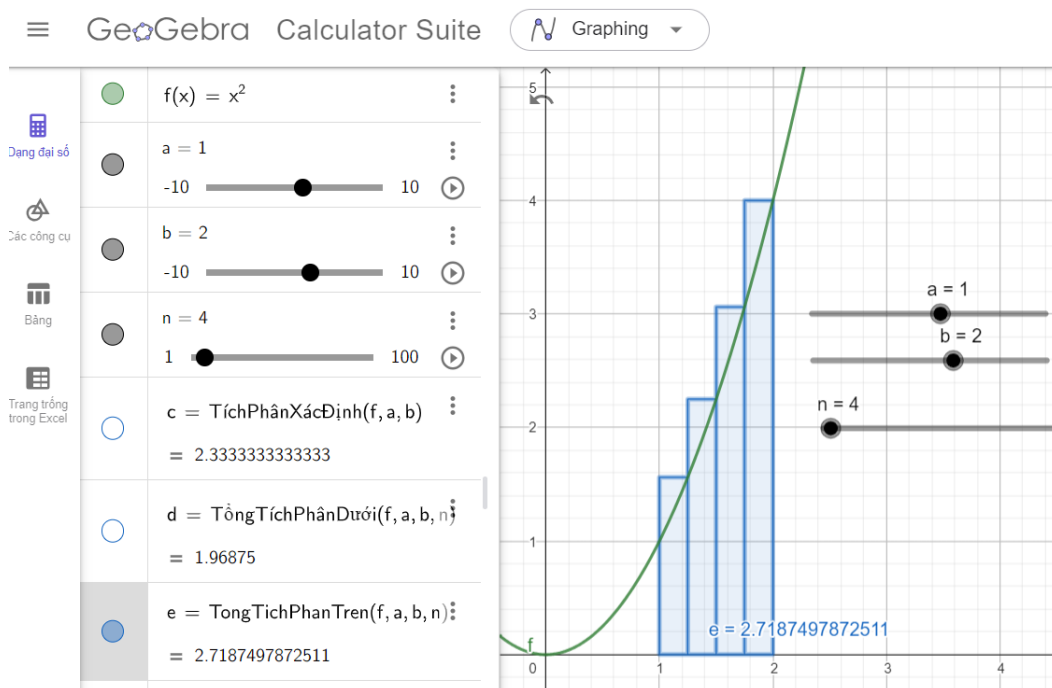
$n=4$ xấp xỉ là 1,97, và tổng dt các hcn (xem Hình 7) trong trường hợp $n=4$ là 2,72.

Calculator Suite - GeoGebra



Hình 6. Tổng diện tích các hình chữ nhật (tổng tích phân dưới) trong trường hợp $n=4$

Calculator Suite - GeoGebra

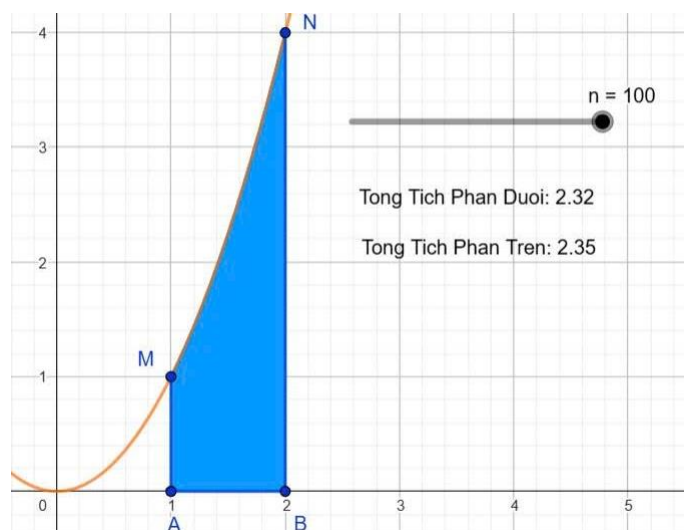


Hình 7. Tổng diện tích các hình chữ nhật (tổng tích phân trên) trong trường hợp $n=4$

Tương tự, xét trường hợp $n=10$, bằng trực quan (theo dõi trên màn hình ti vi), HS cũng đọc được tổng dt các hcn (tổng tích phân dưới) xấp xỉ bằng

2,2; tổng dt các hcn (tổng tích phân trên) xấp xỉ bằng 2,5. Tiếp tục GV cho HS đọc kết quả cho trường hợp $n=100$, tổng tích phân dưới là 2,32,

tổng tích phân trên là 2,35 (Xem Hình 8).



Hình 8. Kết quả tính tổng diện tích các hình chữ nhật trong trường hợp $n = 100$

Từ hình ảnh trực quan thông qua dùng phần mềm GeoGebra, học sinh dễ dàng nhận thấy rằng nếu chia và xây dựng các hình chữ nhật theo hình thức nào (tính theo tổng tích phân trên hay dưới) thì khi n ngày càng tăng, số lượng hình chữ nhật sẽ tăng lên và kết quả thu được là tổng tích phân trên sẽ xấp xỉ bằng tổng tích phân dưới, xấp xỉ bằng 2,3 đvdt (tính bằng công cụ GeoGebra).

HS được dẫn dắt giải quyết bài toán 1 thông qua chuỗi HĐ mang tính khám phá và định hướng, bước đầu các em đã tiếp cận được định nghĩa tích phân (liên quan đến tổng tích phân trên và tổng tích phân dưới). Để giúp HS tiếp tục hình thành định tích phân, HS được yêu cầu giải bài toán 2 theo hướng dẫn của GV.

Bài toán 2. Xét hàm số $y = f(x) = x^2$ liên tục, không âm trên $[1; 2]$.

- Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số trên.
- Tính $F(2) - F(1)$? So sánh giá trị này với $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$? Từ đó, có kết luận gì về diện tích của hình thang cong AMNB?

Dưới hình thức học tập hợp tác, HS phối hợp làm việc theo cặp dưới sự giám sát và hỗ trợ từ GV, kết quả mong đợi nhận được là:

a) $F(x) = \frac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của $f(x)$;

b) $F(2) - F(1) = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{7}{3} \approx 2,3$.

Hơn nữa, $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{14n^2 + 1}{6n^2} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$.

Do đó, $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = F(2) - F(1) = \frac{7}{3}$. Vậy dt của

hình thang cong AMNB bằng $F(2) - F(1)$, với $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ trên $[1; 2]$.

GV: Trong toán học, hiệu $F(2) - F(1)$ được gọi là tích phân từ 1 đến 2 của hàm số $f(x) = x^2$, và từ các HĐ trên, các em đã khám phá ra rằng tích phân không chỉ là một phép tính mà còn có vai trò trong việc xác định dt các hình phẳng có đường biên cong- một ứng dụng thiết yếu của tích phân trong toán học.

GV: Một cách tổng quát, *tích phân* từ a đến b của hàm số $y = f(x)$ được định nghĩa như thế nào?

Đáp án kỳ vọng từ phía HS:

Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Hiệu số $F(b) - F(a)$ được gọi là *tích phân* từ a đến b của hàm số $f(x)$. Kí hiệu $\int_a^b f(x)dx$.

3. KẾT LUẬN

Trước yêu cầu đổi mới Gd theo hướng PTNL người học, việc ứng dụng công nghệ vào giảng dạy Toán hiện nay là thiết yếu, không chỉ phản ánh xu thế hiện đại mà còn góp phần nâng cao rõ rệt hiệu quả dạy và học. Bài báo đã làm rõ vai trò nổi bật của phần mềm GeoGebra trong DH Toán hiện đại, đặc biệt giúp hình dung khái niệm trừu tượng như tích phân. Phần mềm này còn hỗ trợ GV xây dựng các HĐ học tập mang tính trực

quan, sinh động và thúc đẩy sự tương tác chủ động từ phía HS.

Bằng cách khai thác các tính năng và cách sử dụng phần mềm GeoGebra, bài báo đã đưa ra một hướng tiếp cận cụ thể trong việc tổ chức các hoạt động DH định nghĩa tích phân ở lớp 12. Trọng tâm là xây dựng các HĐ khởi động và hình thành định nghĩa tích phân theo hướng trực quan, lô gic và gần gũi với thực tiễn.

Các minh họa được trình bày cho thấy tiềm năng của GeoGebra trong việc tạo lập môi trường lớp học tích cực, hỗ trợ thúc đẩy các thành tố của NL toán học ở HS, trong đó có NL sử dụng công cụ và phương tiện toán học.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Abedi, E. A. Tensions between technology integration practices of teachers and ICT in education policy expectations: implications for change in teacher knowledge, beliefs and teaching practices. *Journal of Computers in Education*, **2023**, 10(4). <https://doi.org/10.1007/s40692-023-00296-6>.
2. Çekmez, E. Investigation of the effect of computer-supported instruction on students' achievement on optimization problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, **2021**, 54(1), 29-45. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1944685>.
3. Bộ giáo dục và Đào tạo. *Chương trình giáo dục phổ thông Chương trình tổng thể*, Hà Nội, 2018.
4. Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. Software for Learning and Teaching Mathematics: GeoGebra. *Journal of Online Mathematics and Its Applications*, **2007**, 7.

Từ những phân tích và minh chứng đã nêu, có thể khẳng định rằng việc ứng dụng GeoGebra trong DH tích phân không chỉ giúp HS dễ dàng nắm bắt, hiểu rõ và hình thành được những định nghĩa phức tạp mà còn tạo cơ hội đổi mới phương thức tổ chức HĐDH theo hướng phát huy sự chủ động, sáng tạo ở người học. Trong tương lai, việc tiếp tục nghiên cứu và mở rộng ứng dụng GeoGebra vào các chủ đề toán học khác sẽ là hướng nghiên cứu tiềm năng, góp phần tăng cường ứng dụng công nghệ số vào giáo dục và cải tiến chất lượng DH toán học tại các trường phổ thông.

5. Barwell, R. The changing nature of mathematics education in the digital age. *Educational Designer*, **2018**, 3(10), 1-16.
6. Ban Tuyên giáo Trung ương. *Nghị quyết số 29-NQ/TW về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo*, Hà Nội, 2013.
7. Chính phủ Việt Nam. *Quyết định số 1705/QĐ-TTg phê duyệt Chiến lược phát triển giáo dục 2021–2030, tầm nhìn đến 2045*, Hà Nội, 2024.
8. OECD. *Education policy outlook 2022: Transforming pathways for lifelong learners*. OECD Publishing, 2022. <https://doi.org/10.1787/c77c7a97-en>.
9. UNESCO. *Rethinking Education: Towards a Global Common Good?* UNESCO Publishing. Paris, Pháp, 2015. ISBN: 978-92-3-100088-1. <https://thuvienphapluat.vn/van-ban/EN/Giao-duc/Decision-1705-QD-TTg-2024-3>.