

Research on the differential cross-section areas for the Raman scattering in quantum wires without phonons

Ly Thi Kim Cuc*, Nguyen Thi Xuan Huynh

Department of Physics, Quy Nhon University

Received: 20/11/2018; Accepted: 25/12/2018

ABSTRACT

We research the problem solving for quantum wire of cylindrical ring geometry with the length L and radius R in the vacuum, we gain the states and energies of conduction and valence electrons. Using the obtained results to calculate the differential cross-section areas in Raman scattering by considering $T = 0$ K (here, the assumption that is, in the first state, the valence band is completely occupied and the conduction band is completely empty and the energy of the incoming photon is $\hbar\omega_i$; the final state consists of an electron in the conduction band and a hole in the valence band and the energy of the emitted photon is $\hbar\omega_s$). By utilizing Hamiltonian to describe interactions of electrons with an electromagnetic field, and investigating two capable processes in electronic Raman scattering, we can calculate their transition amplitudes. From that, we get transition velocity of the processes and finally obtain the formula of differential cross-section areas. Numerical calculations with the GaAs quantum wire show that the positions of the peaks of cross-section areas don't depend on the frequency of the incident photons, they only depend on the difference of the energy levels. Remarkably, the size of the quantum wire affects the intensity of the peaks of cross-section areas in the opposite direction.

Keywords: *Cross-section areas, electron Raman scattering, quantum wires.*

*Corresponding author.

Email: lythikimcuc@qnu.edu.vn

Nghiên cứu tiết diện tán xạ vi phân trong tán xạ Raman trong dây lượng tử khi không có một phonon

Lý Thị Kim Cúc*, Nguyễn Thị Xuân Huynh

Khoa Vật lý, Trường Đại học Quy Nhơn

Ngày nhận bài: 20/11/2018; Ngày nhận đăng: 25/12/2018

TÓM TẮT

Nghiên cứu bài toán dây lượng tử tiết diện tròn có chiều dài L , bán kính R đặt trong môi trường vô hạn là chân không chúng tôi tìm được trạng thái và năng lượng của điện tử dẫn và điện tử hóa trị. Sử dụng kết quả thu được từ bài toán trên, thực hiện tính toán tiết diện tán xạ vi phân cho tán xạ Raman xét ở nhiệt độ $T = 0$ K (với giả thiết đặt ra là ở trạng thái đầu, vùng hóa trị bị chiếm hoàn toàn và vùng dẫn trống hoàn toàn, photon tới có năng lượng là $\hbar\omega_i$; trạng thái cuối bao gồm một điện tử ở trong vùng dẫn và một lỗ trống ở vùng hóa trị và photon phát ra có năng lượng $\hbar\omega_s$). Bằng cách sử dụng Hamiltonian mô tả quá trình trong đó điện tử tương tác với trường điện từ và khảo sát hai quá trình khả dĩ xảy ra trong tán xạ Raman trên điện tử chúng tôi sẽ tính các biên độ chuyển mức của hai quá trình khả dĩ này; từ đây, chúng tôi sẽ được tốc độ chuyển mức cho toàn bộ quá trình tán xạ và cuối cùng chúng tôi thu được công thức tính tiết diện tán xạ vi phân. Thực hiện tính số với dây lượng tử GaAs sẽ thấy vị trí của các đỉnh của tiết diện tán xạ không phụ thuộc vào tần số của photon tới, mà nó chỉ phụ thuộc vào hiệu số giữa các mức năng lượng, tuy nhiên khi thay đổi kích thước của dây lượng tử thì độ cao của các đỉnh thay đổi theo chiều ngược lại với sự thay đổi kích thước của dây.

Từ khóa: Tiết diện tán xạ, tán xạ Raman điện tử, dây lượng tử.

1. MỞ ĐẦU

Khởi đầu từ những thành công rực rỡ của vật liệu bán dẫn vào thập niên 50, 60 của thế kỷ trước, cùng với sự phát triển mạnh mẽ các công nghệ nuôi tinh thể người ta đã chế tạo được nhiều cấu trúc nano.¹ Có thể nói rằng trong hai thập niên vừa qua, bên cạnh các vật liệu bán dẫn khối kinh điển, các cấu trúc tinh thể nano (như màng mỏng, siêu mạng, giếng lượng tử, dây lượng tử, chấm lượng tử,...) từng bước được đưa vào sử dụng.²

Trong các cấu trúc nano, chuyển động của hạt tải bị giới hạn dọc theo một hoặc nhiều hướng tọa độ trong một vùng có kích thước đặc trưng cùng bậc với bước sóng De Broglie của điện tử.³

Kết quả là các tính chất vật lý của hạt tải bị thay đổi đáng kể, ví dụ như phổ năng lượng của hạt tải bị gián đoạn. Nhờ khả năng điều chỉnh chi tiết độ pha tạp, độ dày lớp,... của vật liệu mà chúng ta có thể thay đổi hồ thế giam cầm; từ đó, làm thay đổi mật độ và cấu trúc phổ năng lượng của điện tử. Điều này dẫn đến nhiều tính chất mới lạ trong các tính chất quang, tính chất động (tán xạ với phonon, tán xạ với tạp chất, tán xạ bề mặt,...). Các tính chất quang và điện của hệ thay đổi mở ra những tiềm năng ứng dụng to lớn trong đời sống, trong lĩnh vực khoa học kỹ thuật nói chung và trong lĩnh vực quang điện tử nói riêng.¹

Tán xạ Raman là một công cụ đặc lực trong việc nghiên cứu cấu trúc điện tử của vật

*Tác giả liên hệ chính.

Email: lythikimcuc@qnu.edu.vn

liệu nói chung và của vật liệu có cấu trúc thấp chiều nói riêng.^{4,5} Chính vì những lý do đó, đề tài này nghiên cứu về tán xạ Raman điện tử trong dây lượng tử.

2. MÔ HÌNH VÀ LÝ THUYẾT ÁP DỤNG

Nghiên cứu của chúng tôi xét bài toán dây lượng tử tiết diện tròn có chiều dài L , bán kính R đặt trong môi trường vô hạn là chân không; do đó, tại biên của dây có sự chênh lệch mức năng lượng tạo nên hố thế. Điện tử có hàm sóng $\psi(\mathbf{r}) = u(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r})$ ⁶ chuyển động bên trong dây lượng tử dài vô hạn bị giới hạn theo hai chiều và chỉ có một chiều được chuyển động tự do. Do vậy, ta có thể coi đây là bài toán điện tử chuyển động trong hố thế có chiều cao vô hạn với thể năng có dạng:^{2,7}

$$V(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \infty & r > R \end{cases} \quad (1)$$

Giải phương trình Schrodinger cho hàm bao của điện tử

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right] \varphi(\mathbf{r}) = E \varphi(\mathbf{r}) \quad (2)$$

được hàm bao mô tả trạng thái dừng của điện tử như sau [6]:

$$\varphi_{\ell nk}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\pi LR}} \frac{1}{J_{\ell+1}(X_{\ell n})} J_{\ell}\left(\frac{X_{\ell n}}{R} r\right) e^{i(\ell\theta + kz)}, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases} \quad (3)$$

Chúng tôi xét bài toán trong mô hình hai vùng cụ thể sau đây:

- Vùng dẫn (C): khối lượng hiệu dụng của điện tử dẫn là m_e^* ;
- Vùng hóa trị (V): khối lượng hiệu dụng của điện tử hóa trị là $(-m_h^*) = m_v^* < 0$.

Khi đó chúng tôi thu được:

+ Trạng thái của điện tử dẫn:

$$\psi_{c, \ell nk}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi LR}} \frac{1}{J_{\ell+1}(X_{\ell n})} J_{\ell}\left(\frac{X_{\ell n}}{R} r\right) e^{i(\ell\theta + kz)} u_c(\mathbf{r}) \quad (4)$$

$$\equiv |\ell nk\rangle_e,$$

có năng lượng

$$E_{c, \ell nk} = \frac{\hbar^2}{2m_e^*} \left(k^2 + \frac{X_{\ell n}^2}{R^2} \right) \quad (5)$$

+ Trạng thái của điện tử hóa trị:

$$\psi_{v, \ell nk}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi LR}} \frac{1}{J_{\ell+1}(X_{\ell n})} J_{\ell}\left(\frac{X_{\ell n}}{R} r\right) e^{i(\ell\theta + kz)} u_v(\mathbf{r}) \quad (6)$$

$$\equiv |\ell nk\rangle_h,$$

có năng lượng

$$E_{v, \ell nk} = -E_g - \frac{\hbar^2}{2m_h^*} \left(k^2 + \frac{X_{\ell n}^2}{R^2} \right). \quad (7)$$

Ở đây, chúng tôi chọn gốc tính năng lượng tại đáy vùng dẫn. Trong đó:

- + E_g là độ rộng vùng cấm;
- + Véc tơ sóng k đặc trưng cho nhóm tịnh tiến, ℓ đặc trưng cho nhóm quay, n là số lượng tử khác đặc trưng cho trạng thái;
- + $J_{\ell}(k_{\ell n} r)$ là hàm Bessel;
- + $X_{\ell n}$ là nghiệm thứ n của phương trình $J_{\ell}(k_{\ell n} R) = 0$;
- + $u_c(\mathbf{r}), u_v(\mathbf{r})$ lần lượt là hàm Bloch của điện tử dẫn và điện tử hóa trị.

3. TIẾT DIỆN TÁN XẠ VI PHÂN

Theo định nghĩa, tiết diện tán xạ vi phân bằng xác suất chuyển mức chia cho mật độ dòng photon

$$d\sigma = \frac{W_{d\Omega}}{c/V}. \quad (8)$$

Trong đó:

- + c là tốc độ ánh sáng trong chân không;
- + V là thể tích dây lượng tử có bán kính R , chiều dài L ;
- + $W_{d\Omega}$ là tốc độ chuyển mức, tức là xác suất chuyển mức trong một đơn vị thời gian của photon có tần số ω_s bay vào trong góc khối $d\Omega$, được định nghĩa như sau:⁸

$$W_{d\Omega} = \frac{d}{dt} \int |C^{(2)}(t)|^2 \rho_{E, d\Omega} d(\hbar\omega_s); \quad (9)$$

ở đây,

- + $C^{(2)}(t)$ là biên độ chuyển mức bậc 2;
- + $\hbar$ là hằng số Planck rút gọn;

+ ω_s là tần số photon phát ra;

+ $\rho_{E,d\Omega}$ là mật độ trạng thái được cho bởi biểu thức

$$\rho_{E,d\Omega} = \frac{V\omega_s^2}{(2\pi)^3 \hbar c^3} d\Omega \quad (10)$$

Từ đó, chúng tôi đã tính được tiết diện tán xạ vi phân có tính đến chiết suất của môi trường như biểu thức sau^{6,9}:

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_s d\Omega} = \frac{V^2 \omega_s^2 \eta(\omega_s)}{(2\pi)^3 c^4 \eta(\omega_i)} W(\omega_s, \epsilon_s). \quad (11)$$

Trong đó, η là chiết suất,

$W(\omega_s, \epsilon_s) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f |M_1 + M_2|^2$ là xác suất chuyển mức trong một đơn vị thời gian với photon tán xạ có tần số ω_s bay vào trong góc khối $d\Omega$ và lấy tổng theo tất cả các trạng thái cuối.

Trong công thức tính xác suất chuyển mức trong một đơn vị thời gian đã được ký hiệu bởi^{2, 6, 9, 10}.

$$M_j = \sum_a \frac{\langle f | H_{js} | a \rangle \langle a | H_\ell | i \rangle}{E_i - E_a + i\Gamma_a} \Big|_{E_f=E_i} ; j=1,2. \quad (12)$$

Trong đó, H_ℓ là Hamiltonian mô tả tương tác giữa điện tử và trường bức xạ tới trong

gần đúng lưỡng cực $H_\ell = \frac{|e|}{m_0} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{V\omega_\ell}} a_{\mathbf{k},\epsilon_\ell} \boldsymbol{\epsilon}_\ell \mathbf{p}$;

H_{js} là Hamiltonian mô tả tương tác giữa điện tử (lỗ trống) và trường bức xạ thứ cấp trong gần

đúng lưỡng cực $H_{js} = \frac{|e|}{m_j} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{V\omega_s}} a_{\mathbf{k},\epsilon_s}^+ \boldsymbol{\epsilon}_s \mathbf{p}$; giá trị

$j=1, 2$ là tương ứng với điện tử, lỗ trống; $|i\rangle$ và $|f\rangle$ lần lượt là trạng thái đầu và cuối của hệ ứng với năng lượng E_i và E_f ; $|a\rangle$ là trạng thái trung gian ứng với năng lượng E_a có thời gian sống là Γ_a , $\mathbf{p}$ là toán tử vi phân tác dụng lên trạng thái của điện tử, m_0 là khối lượng điện tử tự do, c là vận tốc ánh sáng, $\boldsymbol{\epsilon}_\alpha$ là vectơ phân cực của photon có tần số ω_α tương ứng và $a_{\mathbf{k},\alpha} (a_{\mathbf{k},\alpha}^+)$ là toán tử hủy (sinh) photon.

Có hai quá trình khả dĩ xảy ra trong tán xạ Raman trên điện tử. Chúng tôi xét lần lượt hai quá trình sau đây:

3.1. Các trạng thái trung gian trong vùng dẫn

Điện tử hấp thụ một lượng tử ánh sáng tới sẽ chuyển lên trạng thái $|\ell'_1 n'_1 k'_1\rangle$ trong vùng dẫn và để lại một lỗ trống ở trạng thái $|\ell_2 n_2 k_2\rangle$ trong vùng hóa trị. Sau đó, điện tử tiếp tục dịch chuyển từ trạng thái $|\ell'_1 n'_1 k'_1\rangle$ sang trạng thái $|\ell_1 n_1 k_1\rangle$ trong vùng dẫn và phát ra một photon.

3.2. Các trạng thái trung gian trong vùng hóa trị

Một điện tử từ trạng thái $|\ell'_2 n'_2 k'_2\rangle$ trong vùng hóa trị chuyển lên trạng thái $|\ell_1 n_1 k_1\rangle$ trong vùng dẫn sau khi hấp thụ một photon tới. Một điện tử khác từ trạng thái $|\ell_2 n_2 k_2\rangle$ trong vùng hóa trị chuyển vào lấp chỗ trống ở trạng thái $|\ell'_2 n'_2 k'_2\rangle$ và phát ra một photon.

Trong cả hai quá trình khả dĩ trên của tán xạ Raman, trạng thái đầu chỉ có photon tới nên có năng lượng

$$E_i = \hbar\omega_\ell. \quad (13)$$

Ở đây, ta chọn năng lượng trạng thái đầu của hệ điện tử làm gốc tính năng lượng.

Trạng thái cuối bao gồm một cặp điện tử - lỗ trống và một photon phát ra nên năng lượng của trạng thái này là

$$E_f = E_{\ell_1 n_1 k_1} + E_{\ell_2 n_2 k_2} + \hbar\omega_s + E_g \quad (14)$$

Các trạng thái trung gian $|a\rangle, |b\rangle$ của hai quá trình có năng lượng lần lượt là E_a, E_b và thời gian sống là Γ_a, Γ_b . Sử dụng tính chất bảo toàn năng lượng của sự dịch chuyển từ trạng thái đầu sang trạng thái cuối,⁶ ta có:

$$E_i - E_a = E_{\ell_1 n_1 k_1} - E_{\ell'_1 n'_1 k'_1} + \hbar\omega_s, \quad (15)$$

$$E_i - E_b = E_{\ell'_2 n'_2 k'_2} - E_{\ell_2 n_2 k_2} - \hbar\omega_s. \quad (16)$$

Sử dụng các kết quả trên để tính các yếu tố ma trận $\langle f | H_{js} | a \rangle, \langle a | H_{jl} | i \rangle, \langle f | H_{js} | b \rangle, \langle b | H_{jl} | i \rangle$ với chú ý rằng sự dịch chuyển của điện tử trong cùng một vùng và giữa các vùng cho từng quá trình khả dĩ cụ thể chúng tôi thu được kết quả như sau:

$$M_1 = \sum_a \frac{\langle f | H_{js} | a \rangle \langle a | H_{j\ell} | i \rangle}{E_i - E_a + i\Gamma_a} \quad (17)$$

$$= \sum_a \frac{i2\pi e^2}{m_0 V^2 V_0 R^2} \sqrt{\frac{1}{\omega_\ell \omega_s}} \boldsymbol{\varepsilon}_\ell \mathbf{p}_{cv} Y(\ell_1, n_1, k_1, \ell'_1, n'_1, k'_1)$$

và

$$M_2 = \sum_b \frac{\langle f | H_{js} | b \rangle \langle b | H_{j\ell} | i \rangle}{E_i - E_b + i\Gamma_b} \quad (18)$$

$$= \sum_b \frac{i2\pi e^2}{m_0 V^2 V_0 R^2} \sqrt{\frac{1}{\omega_\ell \omega_s}} \boldsymbol{\varepsilon}_\ell \mathbf{p}_{cv} Y(\ell_2, n_2, k_2, \ell'_2, n'_2, k'_2)$$

Từ đó, chúng tôi xác định được tốc độ chuyển mức cho toàn bộ quá trình tán xạ:

$$W(\omega_s, \boldsymbol{\varepsilon}_s) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f |M_1 + M_2|^2 \Big|_{E_f=E_i} \quad (19)$$

Cuối cùng, chúng tôi thu được công thức tính tiết diện tán xạ vi phân^{2, 6, 9} như biểu thức (20):

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_s d\Omega} = \frac{V^2 \omega_s^2 \eta(\omega_s)}{(2\pi)^3 c^4 \eta(\omega_\ell)} W(\omega_s, \boldsymbol{\varepsilon}_s) \quad (20)$$

$$= \frac{\omega_s \eta(\omega_s) e^4 |\boldsymbol{\varepsilon}_\ell \mathbf{p}_{cv}|^2}{\omega_\ell \eta(\omega_\ell) c^4 \hbar m_0 R^4 V^2 V_0^2}$$

$$\times \sum_f \left| \sum_a Y(\ell_1, n_1, k_1, \ell'_1, n'_1, k'_1) + \sum_b Y(\ell_2, n_2, k_2, \ell'_2, n'_2, k'_2) \right|^2 \Big|_{E_f=E_i}$$

Trong đó,

$$Y(\ell_1, n_1, k_1, \ell'_1, n'_1, k'_1) = \frac{\delta_{k_1, k'_1} (\delta_{\ell'_1, \ell_1+1} + \delta_{\ell'_1, \ell_1-1}) \delta_{n'_1, n_2} \delta_{\ell'_1, \ell_2} \delta_{k'_1, k_2}}{(E_{\ell_1 n_1 k_1} - E_{\ell'_1 n'_1 k'_1}) - \hbar \omega_s + i\Gamma_a}$$

$$\times \frac{(E_{\ell_1 n_1 k_1} - E_{\ell'_1 n'_1 k'_1})}{J_{\ell_1+1}(k_{\ell_1 n_1} R) J_{\ell'_1+1}(k_{\ell'_1 n'_1} R)} \int_0^R J_{\ell_1}(k_{\ell_1 n_1} r) J_{\ell'_1}(k_{\ell'_1 n'_1} r) r^2 dr$$

và

$$Y(\ell_2, n_2, k_2, \ell'_2, n'_2, k'_2) = \frac{\delta_{k_2, k'_2} (\delta_{\ell'_2, \ell_2+1} + \delta_{\ell'_2, \ell_2-1}) \delta_{n'_2, n_1} \delta_{\ell'_2, \ell_1} \delta_{k'_2, k_1}}{(E_{\ell_2 n_2 k_2} - E_{\ell'_2 n'_2 k'_2}) - \hbar \omega_s + i\Gamma_b}$$

$$\times \frac{(E_{\ell_2 n_2 k_2} - E_{\ell'_2 n'_2 k'_2})}{J_{\ell_2+1}(k_{\ell_2 n_2} R) J_{\ell'_2+1}(k_{\ell'_2 n'_2} R)} \int_0^R J_{\ell_2}(k_{\ell_2 n_2} r) J_{\ell'_2}(k_{\ell'_2 n'_2} r) r^2 dr$$

4. TÍNH SỐ VÀ THẢO LUẬN

Để có kết quả định lượng, chúng tôi thực hiện tính số tiết diện tán xạ vi phân đối với dây

lượng tử GaAs. Trong các tích toán sử dụng các thông số cụ thể sau đây:¹¹

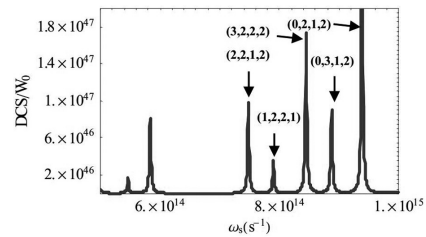
$$\hbar = 1.054 \times 10^{-34} \text{ Js}.$$

$$m_e^* = 0.067 m_0.$$

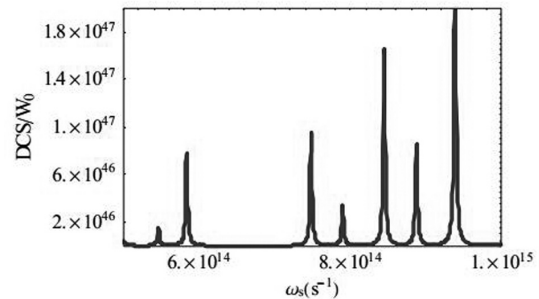
$$\hbar \omega_i = 1.6 \text{ eV}, \quad \omega_i = 2.4328 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}.$$

$$E_g = 1.5177 \text{ eV}.$$

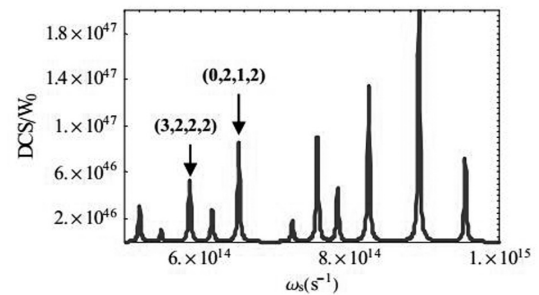
Kết quả tính số chỉ ra như trên Hình 1 và Hình 2 cho phổ tán xạ Raman với tần số photon tới khác nhau tương ứng với $\omega_i = 2.4328 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ và $\omega_i = 5.8065 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$.



Hình 1. Đồ thị mô tả tiết diện tán xạ vi phân cho trường hợp photon tới có tần số $\omega_i = 2.4328 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ và bán kính của dây là $R = 50 \text{ nm}$.



Hình 2. Đồ thị mô tả tiết diện tán xạ vi phân cho trường hợp photon tới có tần số $\omega_i = 2.58065 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, bán kính của dây là $R = 50 \text{ nm}$.



Hình 3. Đồ thị mô tả tiết diện tán xạ vi phân cho trường hợp photon tới có tần số $\omega_i = 2.4328 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, bán kính của dây là $(\ell_2, n_2, \ell_1, n_1)$

Căn cứ vào các kết quả trên Hình 1, chúng tôi nhận thấy năm đỉnh của đồ thị được đặc trưng

bởi bộ chỉ số $(\ell_2, n_2, \ell_1, n_1)$ sẽ tương ứng với năm quá trình chuyển mức sau đây:

1. Trạng thái đầu $|\ell_2 = 0, n_2 = 2\rangle$, trạng thái cuối $|\ell_1 = 1, n_1 = 2\rangle$. Khi đó sử dụng định luật bảo toàn năng lượng cho cả quá trình

$$E_{\ell_2 n_2 k_2} + \hbar\omega_\ell = E_{\ell_1 n_1 k_1} + \hbar\omega_s$$

hay

$$\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \left(k_1^2 + \frac{X_{\ell_2 n_2}^2}{R^2} \right) + \hbar\omega_\ell = \frac{\hbar^2}{2m_e^*} \left(k_1^2 + \frac{X_{\ell_1 n_1}^2}{R^2} \right) + \hbar\omega_s$$

$$\text{Suy ra } \omega_s = \frac{\hbar}{2m_e^*} \frac{X_{\ell_2 n_2}^2}{R^2} - \frac{\hbar}{2m_e^*} \frac{X_{\ell_1 n_1}^2}{R^2} + \omega_\ell.$$

Kết quả tính được cho tần số của photon phát ra là $\omega_s = 9.27 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$.

2. Trạng thái đầu $|\ell_2 = 1, n_2 = 2\rangle$, trạng thái cuối $|\ell_1 = 2, n_1 = 1\rangle$. Tương tự như trên, kết quả tính được tương ứng là $\omega_s = 7.89827 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$.

3. Trạng thái đầu $|\ell_2 = 0, n_2 = 3\rangle$, trạng thái cuối $|\ell_1 = 1, n_1 = 2\rangle$. Tần số photon phát ra $\omega_s = 8.87452 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$.

4. Trạng thái đầu $|\ell_2 = 3, n_2 = 2\rangle$, trạng thái cuối $|\ell_1 = 2, n_1 = 2\rangle$. Photon phát ra với tần số $\omega_s = 8.4458 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$.

5. Trạng thái đầu $|\ell_2 = 2, n_2 = 2\rangle$, trạng thái cuối $|\ell_1 = 1, n_1 = 2\rangle$. Photon phát ra với tần số $\omega_s = 7.47866 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$.

và tương tự như vậy cho những trường hợp còn lại.

Như vậy, khi thay đổi năng lượng của photon tới (tức là thay đổi tần số của photon tới ω_ℓ) thì so sánh hai đồ thị (Hình 1 và 2) với nhau, kết quả cho thấy rằng vị trí của các đỉnh không thay đổi. Điều này có ý nghĩa là vị trí của các đỉnh của tiết diện tán xạ không phụ thuộc vào tần số của photon tới, mà nó chỉ phụ thuộc vào hiệu số giữa các mức năng lượng.

Tuy nhiên, khi thay đổi kích thước của dây lượng tử (tức thay đổi giá trị R), kết quả được chỉ ra trên Hình 1 và Hình 3 ứng với $R = 50 \text{ nm}$ và $R = 60 \text{ nm}$ (ω_ℓ không đổi), thì độ cao (cường

độ) của các đỉnh thay đổi. Cụ thể, độ cao của đỉnh giảm khi kích thước của dây lượng tử tăng. Bên cạnh, số đỉnh cũng tăng lên theo kích thước của dây. Nguyên nhân là do trong biểu thức của tiết diện tán xạ vi phân có sự hiện diện của các hàm sóng của điện tử, do đó chúng xen phủ lên nhau tạo nên sự thay đổi hình ảnh của phổ khi bán kính dây thay đổi.

5. KẾT LUẬN

Các kết quả tính số cho thấy phổ tán xạ Raman cho các thông tin về cấu trúc năng lượng của điện tử trong dây lượng tử. Cụ thể, vị trí các đỉnh tiết diện tán xạ phụ thuộc vào hiệu các mức năng lượng mà không phụ thuộc vào tần số của photon tới, độ cao của đỉnh giảm khi kích thước của dây lượng tử tăng và số đỉnh cũng tăng lên theo kích thước của dây.

Trong giới hạn của đề tài, chúng tôi mới quan tâm đến tương tác của photon và điện tử cũng như ảnh hưởng của thế giam cầm lên điện tử mà bỏ qua tương tác giữa phonon và điện tử cũng như tương tác Coulomb giữa lỗ trống và điện tử. Vấn đề này sẽ được chúng tôi nghiên cứu trong thời gian tới.

Lời cảm ơn: Chúng tôi xin chân thành cảm ơn Trường Đại học Quy Nhơn đã tài trợ kinh phí cho nghiên cứu này, thông qua đề tài nghiên cứu khoa học số T2018.563.12, năm 2018.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. P. Y. Yu and M. Cardona. *Fundamentals of semiconductors: physics and materials properties*, 4th ed., New York: Springer Berlin Heidelberg, 2010.
2. T. G. Ismailov and B. H. Mehdiyev. Electron Raman scattering in a cylindrical quantum dot in a magnetic field, *Physica E*, **2006**, 31, (1), 72-77.
3. R. Cingolani and R. Rinaldi. Electronic states and optical transitions in low-dimensional semiconductors, *La Rivista del Nuovo Cimento*, **1993**, 16(9), 1-85.
4. R. Betancourt-Riera, R. Betancourt-Riera, and

- M. Munguía-Rodríguez. Electron states and electron Raman scattering in a semiconductor step-quantum well wire, *Physica B*, **2017**, 34-42.
5. B. Fluegel, A. V. Mialitsin, D. A. Beaton, J. L. Reno and A. Mascarenhas. Electronic Raman scattering as an ultra-sensitive probe of strain effects in semiconductors, *Nat. Commun.*, **2015**, 6(7136), 1-5.
6. J. M. Bergues, R. Riera, F. Comas and C Trallero-Gine. Electron Raman scattering in cylindrical quantum wires, *J. Phys.: Condens. Matter*, **1995**, 7, 7213-7281.
7. S. W. K. L. Banyai. *Semiconductor Quantum Dots*, 1st ed., World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2014.
8. J. J. Sakurai. *Advanced Quantum Mechanics*, 1st ed., Addison Wesley, 1967.
9. R. Betancourt-Riera, R. Betancourt, R. Rosas, R. Riera, and J. L. Marín. One phonon resonant Raman scattering in quantum wires and free standing wires, *Physica E*, **2004**, 24(3-4), 257-267.
10. R. Betancourt-Riera, R. Betancourt-Riera, J. M. Nieto Jalil and R. Riera. Electron Raman scattering in semiconductor quantum well wire of cylindrical ring geometry, *Chinese Physics B*, **2015**, 24(11), 117-302.